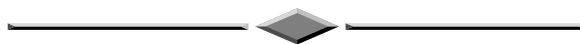


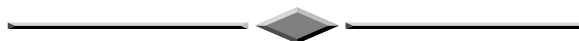
1. G. Dassios & P. Vafeas, “**Connection formulae for differential representations in Stokes flow**”, *Journal of Computational and Applied Mathematics (J. Comput. Appl. Math.)*, **133**, 283-294 (2001).

Σε αυτή την εργασία αναπτύσσουμε μία μέθοδο σύνδεσης δύο διαφορετικών 3-D διαφορικών αναπαραστάσεων των λύσεων για τις εξισώσεις Stokes. Βασισμένοι σε αυτή τη μέθοδο, εξετάζουμε τις διαφορικές αναπαραστάσεις Papkovitch - Neuber και Boussinesq - Galerkin, οι οποίες προσφέρουν γενικές λύσεις της ταχύτητας και της ολικής πίεσης (πεδία ροής) για προβλήματα ροών που ακολουθούν τους κανόνες του Stokes. Χρησιμοποιώντας σφαιρικές συντεταγμένες, υπολογίζουμε το πεδίο ταχύτητας και το πεδίο ολικής πίεσης που παράγονται από τις γνωστές συμπαγείς αρμονικές και διαρμονικές ιδιοσυναρτήσεις. Σύμφωνα με αυτή τη θεώρηση, παράγουμε τύπους σύνδεσης οι οποίοι μετατρέπουν κάθε λύση του συστήματος Stokes από τη διαφορική λύση Boussinesq - Galerkin στη γενική λύση Papkovitch - Neuber, αλλά όχι αντίστροφα. Δηλαδή, ο πίνακας σύνδεσης των δύο αναπαραστάσεων δεν είναι αντιστρέψιμος, με την έννοια ότι μπορούμε μόνο να ξεκινήσουμε με τις ιδιολύσεις της αναπαράστασης Boussinesq - Galerkin και να ανακτήσουμε τα πεδία ταχύτητας και ολικής πίεσης μέσω της διαφορικής αναπαράστασης Papkovitch - Neuber. Θεωρούμε ροές σε εσωτερικά και εξωτερικά χωρία απουσία ιδιομορφιών πάνω στον άξονα συμμετρίας, όπου οι δύο περιπτώσεις ικανοποιούν παρόμοιες σχέσεις για τους σταθερούς συντελεστές και τους συζυγείς τους. Τέλος, παρατηρούμε ότι οι δύο γενικές λύσεις είναι ισοδύναμες, αλλά η διαφορική αναπαράσταση Papkovitch - Neuber είναι αυτή που δίνεται μέσω πιο απλής μορφής, λόγω της εμφάνισης του διαρμονικού δυναμικού στη γενική λύση που προτάθηκε από τους Boussinesq - Galerkin.



-
2. P. Vafeas, “**On the connection between Stokes and Papkovich - Neuber spherical eigenfunctions in Stokes flow**”, *Bulletin of the Greek Mathematical Society (Bull. Greek Math. Soc.)*, **47**, 59-73 (2003).
-

Στην εργασία αυτή, υποθέτοντας έρπουσα ροή κατά Stokes, εξετάζουμε τη μορφή της συσχέτισης δύο διαφορετικών διαφορικών αναπαραστάσεων σε σφαιρική γεωμετρία με αξονική συμμετρία. Συγκεκριμένα, θεωρούμε δύο πλήρεις διαφορικές λύσεις των εξισώσεων Stokes που μας δίνουν τα πεδία ροής (ταχύτητας και ολικής πίεσης) μέσω διαφορικών τελεστών. Η πρώτη, ονομαζόμενη αναπαράσταση Stokes, επιτυγχάνεται εκφράζοντας την εξίσωση κινήσεως σε σφαιρικές συντεταγμένες, σύμφωνα με την οποία η συνάρτηση ροής δίνεται από ένα πλήρες ανάπτυγμα σειρών σε όρους χωριζόμενων ιδιομορφών. Η δεύτερη, η οποία ισχύει και σε μη αξονοσυμμετρικές γεωμετρίες, είναι η διαφορική αναπαράσταση Papkovich - Neuber, όπου τα πεδία ροής εκφράζονται σε όρους σφαιρικών αρμονικών ιδιοσυναρτήσεων. Με σκοπό την παραγωγή βασικών συναρτήσεων έτοιμων προς χρήση για ροές με αξονική συμμετρία σε σφαιρικές συντεταγμένες, δείχνοντας με αυτό τον τρόπο τη διαφορετική προσέγγιση στην επίλυση αυτού του είδους των προβλημάτων, υπολογίζουμε τις ιδιολύσεις Stokes (2-D) και Papkovich - Neuber (3-D) σε μορφές πλήρων σειρών. Στην παρούσα εργασία, αποδεικνύουμε τύπους σύνδεσης που σχετίζουν τις σφαιρικές αρμονικές ιδιοσυναρτήσεις της γενικής λύσης Papkovich - Neuber, θεωρώντας αξονοσυμμετρία, με τις χωριζόμενες σφαιρικές ιδιοσυναρτήσεις ροής, απουσία ιδιομορφιών. Με αυτό τον τρόπο, μετατρέπουμε κάθε λύση του συστήματος Stokes από τη μία αναπαράσταση στην άλλη και αντίστροφα.



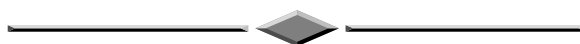
3. G. Dassios & P. Vafeas, “**Comparison of differential representations for radially symmetric Stokes flow**”, *Abstract and Applied Analysis (Abstr. Appl. Anal.)*, **4**, 347-360 (2004).

Σε αυτή τη δημοσίευση αναπτύσσουμε μία μέθοδο σύνδεσης δύο διαφορετικών 3-D διαφορικών αναπαραστάσεων των λύσεων για τις εξισώσεις Stokes απουσία ιδιομορφιών στον άξονα συμμετρίας. Βασισμένοι σε αυτή τη μέθοδο, εξετάζουμε τις διαφορικές αναπαραστάσεις Parkovich - Neuber και Palaniappan *et al.*, οι οποίες προσφέρουν γενικές λύσεις για προβλήματα ροών που ακολουθούν τους κανόνες του Stokes σε σφαιρική γεωμετρία. Τα σημαντικά φυσικά πεδία ροής (ταχύτητα, ολική πίεση) παρουσιάζονται σε όρους των διανυσματικών συμπαγών σφαιρικών αρμονικών ιδιοσυναρτήσεων. Επιπλέον, η συσχέτιση αυτών των πεδίων οδηγεί σε τύπους σύνδεσης για τους σταθερούς συντελεστές των δυναμικών, χρησιμοποιώντας τα αντίστοιχα δυναμικά συναρτήσει σφαιρικών ιδιολύσεων. Μία άμεση συνέπεια της συσχέτισης των αναπαραστάσεών μας για τις ροές Stokes είναι ότι η διαδικασία δεν είναι αντιστρέψιμη. Οπότε, συμπεραίνουμε ότι, πάντα μπορούν να υπολογιστούν τα πεδία ροής μέσω της αναπαράστασης Palaniappan *et al.* όταν είναι γνωστές οι ιδιομορφές Parkovich - Neuber, αλλά δεν ισχύει το αντίστροφο, δηλαδή δεν μπορούμε να επιτύχουμε σχέσεις που να μας δίνουν τα δυναμικά Parkovich - Neuber μέσω των αρμονικών και διαρμονικών δυναμικών της γενικής διαφορικής λύσης Palaniappan *et al.* και, οπότε, δεν βρίσκουμε τα πεδία ταχύτητας και πίεσης. Στην εργασία αυτή συμπεριλαμβάνεται μία εφαρμογή της γενικής λύσης των Parkovich - Neuber, η οποία χρησιμοποιείται για να επιλυθεί το πρόβλημα ροής Stokes σε ένα ρευστό κέλυφος ανάμεσα σε δύο ομόκεντρες σφαιρικές επιφάνειες με συνοριακές συνθήκες τύπου Kuwabara. Η εσωτερική σφαίρα είναι στερεή, ακίνητη και αντιπροσωπεύει ένα στερεό σωματίδιο ενός σμήνους σωματιδίων, ενώ η εξωτερική σφαίρα είναι ρευστή και χρειάζεται για να μοντελοποιηθεί η έρπουσα ροή γύρω από το ακίνητο σωματίδιο. Οι συνοριακές συνθήκες εφαρμόζονται στις δύο επιφάνειες.



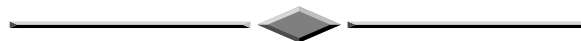
4. G. Dassios, A.C. Payatakes & P. Vafeas, “**Interrelation between Papkovich - Neuber and Stokes general solutions of the Stokes equations in spheroidal geometry**”, *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics* (Quart. J. Mech. Appl. Math.), **57**, 181-203 (2004).

Πολλές πρακτικές εφαρμογές αφορούν σωματίδια (ανόργανα, οργανικά, βιολογικά) με μη σφαιρικό αλλά, παρόλα αυτά, αξονοσυμμετρικό σχήμα. Το παρόν άρθρο αφορά την ανάπτυξη μερικών κύριων θεωρητικών αναλύσεων για ροή Stokes σε σφαιροειδή χωρία. Ειδικότερα, θεωρούμε δύο διαφορετικές αναπαράστασεις για τα πεδία ροής που ακολουθούν τους κανόνες του Stokes. Η πρώτη προκύπτει μέσω της θεωρίας των γενικευμένων ιδιοσυναρτήσεων, σύμφωνα με την οποία η συνάρτηση ροής αναπτύσσεται σε όρους χωριζόμενων και *ημιχωριζόμενων* ιδιοσυναρτήσεων. Η δεύτερη διαφορική λύση, η οποία ισχύει και για μη αξονοσυμμετρικά χωρία, είναι η γενική αναπαράσταση των Papkovich - Neuber, όπου τα πεδία ταχύτητας και ολικής πίεσης εκφράζονται σε όρους αρμονικών σφαιροειδών ιδιομορφών. Επιτυγχάνουμε τύπους σύνδεσης στην περίπτωση των αξονοσυμμετρικών ροών, οι οποίοι συσχετίζουν τις σφαιροειδείς αρμονικές ιδιοσυναρτήσεις της αναπαράστασης Papkovich - Neuber με τις αντίστοιχες ημιχωριζόμενες σφαιροειδείς ιδιοσυναρτήσεις ροής. Στην περίπτωση των ροών Stokes με αξονική συμμετρία η προσέγγιση διαμέσου της διαφορικής λύσης Papkovich - Neuber είναι ισοδύναμη με εκείνη της μεθόδου συνάρτησης ροής, αλλά η 3-D αναπαράσταση έχει βασικά πλεονεκτήματα. Τα μοντέλα σωματιδίων σε κύτταρο για ροές Stokes μέσω σμήνους σωματιδίων είναι ουσιώδους και πρακτικού ενδιαφέροντος, διότι εξασφαλίζουν ένα σχετικά απλό υπόβαθρο για την αναλυτική και ημιαναλυτική επίλυση προβλημάτων μεταφοράς μάζας και θερμότητας. Τα περισσότερα μοντέλα αυτού του είδους αφορούν σφαιρικά σωματίδια, ενώ παρόμοια μοντέλα για σφαιροειδή σωματίδια αναπτύχθηκαν πιο πρόσφατα. Η ευελιξία της διαφορικής αναπαράστασης Papkovich - Neuber παρουσιάζεται λύνοντας το πρόβλημα ροής σε ένα ρευστό κέλυφος μεταξύ δύο ομοεστιακών σφαιροειδών επιφανειών με συνοριακές συνθήκες τύπου Kuwabara. Η θεώρηση που κάνουμε είναι ανάλογη με το αντίστοιχο σφαιρικό μοντέλο.



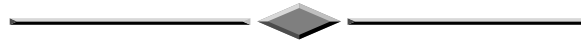
5. P. Vafeas, G. Perrusson & D. Lesselier, “**Low-frequency solution for a perfectly conducting sphere in a conductive medium with dipolar excitation**”, *Progress in Electromagnetics Research (Prog. Electromagn. Res.)*, **49**, 87-111 (2004).

Αυτή η συνεισφορά αφορά στην αλληλεπίδραση ενός αυθαίρετα προσανατολισμένου, χρονικά αρμονικού, μαγνητικού δίπολου με μία πλήρως αγώγιμη σφαίρα μέσα σε ένα ομογενές αγώγιμο μέσο. Ένα ακριβές ανάπτυγμα χαμηλών συχνοτήτων του ηλεκτρομαγνητικού πεδίου σε θετικές ακέραιες δυνάμεις $(ik)^n$, k μιγαδικός κυματάρηθος του εξωτερικού μέσου, κατασκευάζεται. Ο πρώτος $n=0$ διανυσματικός συντελεστής (στατικός ή Rayleigh) του μαγνητικού πεδίου είναι ήδη γνωστός, συνεπώς έμφαση δίνεται στον υπολογισμό των δύο επόμενων μη μηδενικών διανυσματικών συντελεστών (για $n=2$ και για $n=3$) του μαγνητικού πεδίου. Αυτοί υπολογίζονται σε κλειστή μορφή από ακριβείς λύσεις συζευγμένων (για $n=2$ με αυτή για $n=0$) ή μη συζευγμένων (για $n=3$) διανυσματικών εξισώσεων του Laplace. Δίνονται σε συμπαγή μορφή, σαν αναπτύγματα απειροσειρών διανυσματικών σφαιρικών αρμονικών με βαθμωτούς σταθερούς συντελεστές (για $n=2$). Η ικανοποιητική ακρίβεια του πραγματικού και του φανταστικού μέρους του σκεδασμένου μαγνητικού πεδίου διαφωτίζεται μέσω αριθμητικών υπολογισμών με πραγματικά δεδομένα εξόρυξης μεταλλευμάτων από τη Γη με επαγωγικά μέσα. Αυτή η κανονική αναπαράσταση, η οποία δεν εμπεριέχεται στη βιβλιογραφία πέρα από το στατικό όρο, μπορεί να εφαρμοστεί και σε άλλες πρακτικές εφαρμογές εκτός από αυτή του γεωηλεκτρομαγνητισμού, ενώ προσθέτει χρήσιμα αποτελέσματα για αναφορά σε αναλυτικές μεθόδους σκέδασης από αντικείμενα απλού σχήματος.



-
6. A. Andrikopoulos & P. Vafeas, “**Maximal elements for binary relations on compact spaces**”, *Italian Journal of Pure and Applied Mathematics (Ital. J. Pure Appl. Math.)*, **19**, 85-90 (2006).
-

Το πρόβλημα που χαρακτηρίζει την ύπαρξη *maximal* στοιχείων για σχέση διάταξης έχει τεθεί κατ’ αρχάς από τον Bergstrom το 1975. Σε αυτή την εργασία δίνουμε ικανές και αναγκαίες συνθήκες συνέχειας για την ύπαρξη *maximal* στοιχείων για μία διμελή σχέση ορισμένη επί ενός συμπαγούς συνόλου.



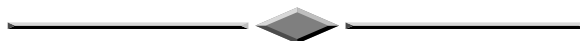
-
7. G. Dassios & P. Vafeas, “**The 3D Happel model for complete isotropic Stokes flow**”, *International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences (Int. J. Math. Math. Sci.)*, **46**, 2429-2441 (2004).
-

Οι περισσότερες βιομηχανικές και εργαστηριακές εφαρμογές μηχανικής των ρευστών αφορούν συστήματα ροής γύρω από σφαιρικά σωματίδια. Το σφαιρικό σχήμα παρουσιάζει από τη μία μαθηματικό ενδιαφέρον γιατί επιτρέπει σε μία επιφάνεια να περιγραφεί με όρους μίας μόνο παραμέτρου και από την άλλη παρουσιάζει πρακτικό ενδιαφέρον γιατί πολλά σωματίδια προσεγγίζουν τη σφαιρική γεωμετρία. Λόγω του μικρού μεγέθους των αναφερθέντων σωματιδίων η αντιμετώπιση της ροής σαν ροή Stokes είναι επαρκώς δικαιολογημένη. Στην παρούσα εργασία επιλύεται το πρόβλημα συνοριακών τιμών της μη αξονοσυμμετρικής (τρισδιάστατης), έρπουσας κίνησης και περιστροφής σμήνους σφαιρικών σωματιδίων μέσα σε ηρεμούν ρευστό. Εισάγοντας το πρότυπο Happel, “σφαίρα σε κύτταρο”, θεωρούμε τη 3-D ροή γύρω από μεμονωμένο στερεό σφαιρικό σωματίδιο του σμήνους, η οποία προσεγγίζεται με τη ροή μέσα σε ένα σφαιρικό ρευστό στρώμα που περιβάλλει τη στερεά σφαίρα. Οι συνοριακές συνθήκες απαιτούν κατ’ αρχήν η ταχύτητα του ρευστού πάνω στην εσωτερική επιφάνεια να είναι ίση με την μεταφορική και την περιστροφική ταχύτητα της στερεής σφαίρας (συνθήκη μη ολίσθησης), ενώ η ακτινική συνιστώσα της ταχύτητας στην εξωτερική επιφάνεια του ρευστού φλοιού να είναι μηδενική. Η καλή τοποθέτηση του προβλήματος συμπληρώνεται θέτοντας τις εφαπτομενικές συνιστώσες της τάσης πάνω στην εξωτερική σφαιρική επιφάνεια ίσες με μηδέν, θεωρώντας με αυτό τον τρόπο ότι στην εξωτερική επιφάνεια δεν υπάρχουν τριβές και δεν επιτρέπεται η ανταλλαγή ενέργειας. Λόγω της περιστροφής των σωματιδίων, με αποτέλεσμα τη μη συμμετρία, η επίλυση του παραπάνω προβλήματος επιτυγχάνεται με τη χρήση της διαφορικής αναπαράστασης Parkovich - Neuber που δίνει την αναπαράσταση των λύσεων για τη ροή Stokes σε τρισδιάστατα χωρία με τη μορφή διαφορικών τελεστών που δρουν σε αρμονικά δυναμικά. Η λύση προκύπτει σε κλειστή μορφή και δίνονται εκφράσεις για την ταχύτητα, την πίεση, το στροβιλισμό και τον τανυστή των τάσεων μέσα στον ρευστό φλοιό σε τρισδιάστατη μορφή.



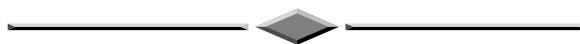
-
8. P. Vafeas, “**Distribution of spheroidal focal singularities in Stokes flow**”, *International Journal of Pure and Applied Mathematics (Int. J. Pure Appl. Math.)*, **22**, 329-339 (2005).
-

Η ροή Stokes για τη σταθερή, μη αξονοσυμμετρική κίνηση ιξωδών και ασυμπίεστων ρευστών σε μικρούς αριθμούς Reynolds (έρπουσα ροή), γύρω από μικρά σωματίδια μέσα σε απλά συνεκτικά και φραγμένα πεδία ροής, περιγράφεται από ένα ζευγάρι διαφορικών εξισώσεων, που εμπεριέχουν το διανυσματικό διαρμονικό πεδίο ταχύτητας και το βαθμωτό αρμονικό πεδίο ολικής πίεσης. Υπάρχουν πολλές αναπαραστάσεις των λύσεων αυτών των ειδών των ροών, σε τρισδιάστατα χωρία, που εμφανίζονται με τη μορφή διαφορικών τελεστών που δρουν σε αρμονικά και διαρμονικά δυναμικά. Από τη άλλη πλευρά, η ανάπτυξη της θεωρίας Stokes για διδιάστατες ροές έχει το πλεονέκτημα ότι χρησιμοποιεί μόνο μία δυναμική συνάρτηση (συνάρτηση ροής) για την αναπαράσταση των πεδίων ροής, αλλά αναφέρεται σε αξονοσυμμετρικές ροές. Η επίδραση μίας κατανομής από πηγές - ιδιομορφίες, στην επιφάνεια ενός σφαιροειδούς σωματιδίου ή οριακά στο εστιακό του ευθύγραμμο τμήμα, στα πεδία ροής, είναι ο σκοπός της παρούσας εργασίας. Συγκεκριμένα, η κατάλληλη αντιμετώπιση του προβλήματος διασφαλίζεται μέσω της εισαγωγής του γνωστού θεωρήματος του Havelock που αναφέρεται στην παρουσία ιδιομορφιών και μας εξασφαλίζει με τις απαραίτητες ολοκληρωτικές αναπαραστάσεις για την ταχύτητα και την πίεση. Επιπλέον, η συσχέτιση των ιδιομορφών της διαφορικής αναπαράστασης Papkovitch - Neuber με αυτές που προκύπτουν από τη θεωρία του Stokes, σε διδιάστατη σφαιροειδή γεωμετρία, συμπληρώνει τις δύο τεχνικές αντιμετώπισης του προβλήματος.



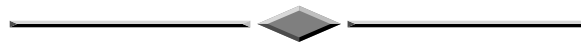
9. P. Vafeas & G. Dassios, “**Stokes flow in ellipsoidal geometry**”, *Journal of Mathematical Physics (J. Math. Phys.)*, **47 (093102)**, 1-38 (2006).

Τα μοντέλα σωματιδίων σε κύτταρο για ροές Stokes μέσω ενός σχετικά ομογενούς σμήνους σωματιδίων είναι ουσιώδους πρακτικού ενδιαφέροντος, διότι εξασφαλίζουν ένα σχετικά απλό υπόβαθρο για την αναλυτική και ημιαναλυτική επίλυση προβλημάτων μεταφοράς μάζας και θερμότητας. Παρά το γεγονός ότι πολλές πρακτικές εφαρμογές αφορούν σχετικά μικρά σωματίδια (ανόργανα, οργανικά, βιολογικά) με αξονοσυμμετρικά σχήματα, η γενική θεώρηση συνίσταται από στερεά σωματίδια οποιουδήποτε σχήματος. Η παρούσα εργασία αφορά στην ανάπτυξη μερικών κύριων θεωρητικών αναλύσεων για έρπουσα ροή σε ελλειψοειδή, και συνεπώς μη αξονοσυμμετρικά χωρία. Ειδικότερα, η ροή σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds σμήνους ελλειψοειδών σωματιδίων, μέσα σε ακίνητο Νευτώνειο ρευστό, που κινούνται με σταθερή ομοιόμορφη ταχύτητα σε τυχαία διεύθυνση και περιστρέφονται επίσης τυχαία με σταθερή γωνιακή ταχύτητα, αναλύεται με ένα μοντέλο “ελλειψοειδές σε κύτταρο”. Το στερεό εσωτερικό ελλειψοειδές αναπαριστά ένα σωματίδιο του σμήνους. Το εξωτερικό ελλειψοειδές περιέχει το ελλειψοειδές σωματίδιο και το ελλειψοειδές ρευστό στρώμα που το περιβάλλει. Η συνθήκη μη ολίσθησης στην επιφάνεια του στερεού ελλειψοειδούς συμπληρώνεται από τις συνοριακές συνθήκες στην εξωτερική ελλειψοειδή επιφάνεια οι οποίες είναι πανομοιότυπες με εκείνες του προτύπου Happel, “σφαίρα σε κύτταρο” (αυτόνομο σε μηχανική ενέργεια). Το συγκεκριμένο μοντέλο απαιτεί μηδενισμό της κάθετης συνιστώσας της ταχύτητας και των εφαπτομενικών συνιστωσών της τάσης. Το πρόβλημα συνοριακών συνθηκών επιλύεται με τη βοήθεια της δυναμικής θεωρίας αναπαράστασης. Συγκεκριμένα, θεωρούμε την πλήρη διαφορική αναπαράσταση Parkovich - Neuber των λύσεων της ροής Stokes, η οποία ισχύει σε μη αξονοσυμμετρικές γεωμετρίες και προσφέρει τα πεδία ταχύτητας και ολικής πίεσης με τη μορφή αρμονικών ελλειψοειδών ιδιοσυναρτήσεων. Παρουσιάζουμε την ευελιξία της συγκεκριμένης αναπαράστασης θέτοντας βοηθητικές συνθήκες για τους υπολογισμούς μας. Αποδεικνύεται ότι η ταχύτητα πρώτου βαθμού, η οποία αναπαριστά τον πρώτο όρο των αναπτυγμάτων, είναι επαρκής για τις περισσότερες εφαρμογές μηχανικών που αφορούν συγκεκριμένα μεγέθη ελλειψοειδών σωματιδίων. Επιτυγχάνονται αναλυτικές εκφράσεις για τους πρώτους όρους της ταχύτητας, της ολικής πίεσης, του στροβιλισμού και του τανυστή των τάσεων. Αντίστοιχα αποτελέσματα για το επίμηκες και το πεπλατυσμένο σφαιροειδές, τη βελόνα και το δίσκο, καθώς επίσης και για τη σφαίρα ανακτώνται σαν εκφυλισμένες περιπτώσεις. Καινούργιες σχέσεις που αφορούν τις ελλειψοειδείς αρμονικές συναρτήσεις συμπεριλαμβάνονται μέσα σε παράρτημα.



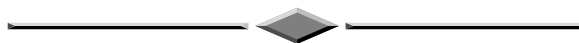
-
10. V. Sevroglou & P. Vafeas, “**2D elastic scattering of a plane dyadic wave by a small rigid body and cavity**”, *ZAMM - Journal of Applied Mathematics and Mechanics (Z. Angew. Math. Mech.)*, **88**, 227-238 (2008).
-

Σε αυτή την εργασία θεωρούμε το πρόβλημα διαταραχής λόγω της σκέδασης ενός επίπεδου δυαδικού κύματος από ένα στερεό σώμα ή κοιλότητα, στη διδιάστατη ελαστοδυναμική. Το ευθύ πρόβλημα σκέδασης διατυπώνεται σε δυαδική μορφή, και σε κάθε περίπτωση, παρουσιάζονται τα αντίστοιχα διαμήκη και εγκάρσια σκεδασμένα πλάτη μακρινού πεδίου. Παρέχουμε τις απαραίτητες ενεργειακές θεωρήσεις και εκφράσεις για την ενεργή διατομή σκέδασης που οφείλεται στην πρόσπτωση του επίπεδου δυαδικού κύματος. Στη συνέχεια, το στερεό σώμα και η κοιλότητα θεωρούνται μικρά και αλληλεπιδρούν με ένα επίπεδο δυαδικό πεδίο. Τελικά, επιτυγχάνονται σχετικά αποτελέσματα για τη σκέδαση χαμηλών συχνοτήτων και παρόμοιες αντίστοιχες εκφράσεις για τα ενεργειακά συναρτησιακά στο μακρινό πεδίο, καθώς επίσης ανακτώνται εκφράσεις για τη διαφορική και την ολική ενεργή διατομή σκέδασης ως ειδικές περιπτώσεις.



-
11. G. Dassios & P. Vafeas, “**On the spheroidal semiseparation for Stokes flow**”, *Research Letters in Physics (Res. Lett. Phys.)*, **2008 (135289)**, 1-4 (2008).
-

Πολλά προβλήματα μεταφοράς μάζας και θερμότητας περιλαμβάνουν συστήματα σωματιδίου-ρευστού όπου η υπόθεση ροής κατά Stokes αποτελεί μία πολύ καλή προσέγγιση για την αναπαράσταση μικρών σωματιδίων που βρίσκονται μέσα σε ένα ιξώδες, ασυμπίεστο ρευστό που χαρακτηρίζει τη σταθερή έρπουσα ροή. Η παρούσα εργασία αφορά μερικά ενδιαφέροντα θέματα πρακτικής σημασίας της θεωρητικής ανάλυσης της ροής Stokes σε σφαιροειδή χωρία. Η συνάρτηση ροής ψ , για την αξονοσυμμετρική ροή Stokes, ικανοποιεί τη γνωστή εξίσωση $E^4\psi = 0$. Παρά το γεγονός ότι σε σφαιρικές συντεταγμένες αυτή η εξίσωση χωρίζει μεταβλητές, αυτή η ιδιότητα δεν διατηρείται όταν κάποιος αναζητεί λύσεις στην σφαιροειδή γεωμετρία. Παρόλα αυτά, ορίζοντας κάποιου είδους ημιχωρισμό, η πλήρης λύση για την ψ σε σφαιροειδείς συντεταγμένες έχει κατασκευαστεί μέσω συνδυασμένων γινομένων συναρτήσεων Gegenbauer διαφορετικού βαθμού. Άρα, η γενική λύση παρουσιάζεται σε μορφή αναπτύγματος πλήρους σειράς σε όρους ιδιοσυναρτήσεων, οι οποίες είναι στοιχεία του χώρου $\ker E^2$ (χωριζόμενες μεταβλητές) και σε όρους γενικευμένων ιδιοσυναρτήσεων, οι οποίες είναι στοιχεία του χώρου $\ker E^4$ (ημιχωριζόμενες μεταβλητές). Σε αυτή την εργασία συνεισφέρουμε στο παραπάνω μοντέλο εισάγοντας έναν διαφορετικό και πιο πρακτικό (απλούστερο) τρόπο αναπαράστασης των προαναφερθέντων γενικευμένων ιδιοσυναρτήσεων. Συνεπώς, παρέχουμε επιπλέον ημιχωριζόμενες λύσεις σε όρους των συναρτήσεων Gegenbauer, όπου η πληρότητα διατηρείται και το ανάπτυγμα σε σειρές διατυπώνεται εναλλακτικά μέσω αυτών των νέων ιδιοσυναρτήσεων.



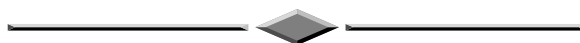
12. P. Vafeas, G. Perrusson & D. Lesselier, “**Low-frequency scattering from perfectly conducting spheroidal bodies in a conductive medium with magnetic dipole excitation**”, *International Journal of Engineering Science (Int. J. Eng. Sci.)*, **47**, 372-390 (2009).

Στην εποχή μας βρίσκονται σε διαρκή χρήση διάφορα επαγωγικά ηλεκτρομαγνητικά μέσα, είτε στο στάδιο κατασκευής μοντέλων για την εύρεση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων είτε, αργότερα, στο στάδιο της επίλυσης αντίστροφων προβλημάτων, τα οποία εφαρμόζονται για την εξερεύνηση του υπεδάφους της Γης και για την ανακάλυψη μεταλλικών αντικειμένων. Υπό το πρίσμα της κατασκευής τέτοιων μοντέλων, αυτή η συνεισφορά αφορά στην αλληλεπίδραση ενός αυθαιρέτως προσανατολισμένου, χρονικά αρμονικού, μαγνητικού δίπολου με ένα πλήρως αγωγίμο 3-D σφαιροειδές (επίμηκες ή πεπλατυσμένο) μέσα σε ένα ομογενές αγωγίμο μέσο. Για πολλές πρακτικές εφαρμογές που αφορούν θαμμένα αντικείμενα όπως ηλεκτρομαγνητική σκέδαση σε χαμηλές συχνότητες ή διάφορες άλλες φυσικές περιπτώσεις (π.χ. γεωηλεκτρομαγνητική), η μη αξονοσυμμετρική σφαιροειδής γεωμετρία προσεγγίζει ικανοποιητικά τέτοιου είδους μεταλλικά αντικείμενα. Από την άλλη μεριά, η ανάλυσή μας ασχολείται με τα επιμήκη σφαιροειδή, αφού τα αντίστοιχα αποτελέσματα για την πεπλατυσμένη σφαιροειδή γεωμετρία επιτυγχάνονται μέσω ενός απλού μετασχηματισμού. Το συγκεκριμένο φυσικό μοντέλο αφορά ένα στερεό μη διαπερατό (μεταλλικό) σώμα το οποίο διεγείρεται από ένα μαγνητικό δίπολο, όπου το πρόβλημα συνοριακών τιμών σκέδασης επιλύεται μέσω ενός ακριβούς αναπτύγματος χαμηλών συχνοτήτων των προσπιπτόντων, σκεδασμένων και ολικών ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων σε θετικές ακέραιες δυνάμεις του (ik) , δηλαδή $(ik)^n$ για $n \geq 0$, όπου k είναι ο μιγαδικός κυματάρθμος του εξωτερικού μέσου. Σκοπός μας είναι να υπολογίσουμε τους πιο σημαντικούς όρους των αναπτύγματος χαμηλών συχνοτήτων, δηλαδή του στατικού (για $n = 0$) και του δυναμικού ($n = 1, 2, 3$) όρου. Ειδικά, για $n = 1$ δεν υπάρχουν προσπίπτοντα πεδία και συνεπώς ούτε σκεδασμένα, ενώ για $n = 0$ η Rayleigh ηλεκτρομαγνητική έκφραση υπολογίζεται εύκολα σε όρους απείρων σειρών. Έμφαση δίνεται στον υπολογισμό των υπολοίπων δύο μη τετριμμένων όρων (για $n = 2$ και για $n = 3$) των προαναφερθέντων πεδίων. Συνεπώς, αυτοί υπολογίζονται σε κλειστή μορφή από ακριβείς λύσεις συζευγμένων (για $n = 2$ με αυτή για $n = 0$) ή μη συζευγμένων (για $n = 3$) διανυσματικών εξισώσεων του Laplace και δίνονται σε συμπαγή μορφή σαν αναπτύγματα απειροσειρών για $n = 2$ ή πεπερασμένων μορφών για $n = 3$. Παρόλα αυτά, η δυσκολία της εξίσωσης Poisson που πρέπει να λυθεί για $n = 2$ παρουσιάζεται, όπου η αναλυτική μας προσέγγιση περιγράφεται εκτενώς και απαιτεί τη χρήση της γνωστής μεθόδου “cut-off” για να επιτύχουμε μία αναλυτική λύση σε κλειστή μορφή. Τέλος, η συγκεκριμένη έρευνα προσθέτει χρήσιμα αποτελέσματα για αναφορά σε αναλυτικές μεθόδους σκέδασης από αντικείμενα απλού σχήματος.



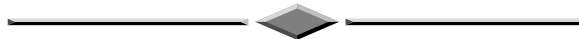
13. P.M. Hatzikonstantinou & P. Vafeas “**A general theoretical model for the magnetohydrodynamic flow of micropolar magnetic fluids. Application to Stokes flow**”, *Mathematical Methods in the Applied Sciences (Math. Methods Appl. Sci.)*, **33**, 233-248 (2010).

Σημαντικές πρακτικές εφαρμογές με φυσικό και μαθηματικό ενδιαφέρον αφορούν στην ρευστοδυναμική ροή παρουσία μαγνητικού πεδίου, όπου αντιμετωπίζονται προβλήματα με υψηλή μαθηματική και τεχνική πολυπλοκότητα. Η παρούσα εργασία έχει σαν στόχο την αναλυτική (με δυνατότητα μελλοντικής υπολογιστικής μελέτης) έρευνα τρισδιάστατων μοντέλων στη μαγνητορευστοδυναμική ροή ασυμπίεστων, μαγνητικών ή μη μαγνητικών ρευστών, θεωρώντας εσωτερικές, εξωτερικές ή μικτές 3-D περιοχές ροής. Τα ρευστά, τα οποία είναι ηλεκτρικά αγωγά, περιέχουν κολλοειδή αιωρήματα από μαγνητικά σωματίδια (μαγνητικά ρευστά, συνήθως μη αγωγά), τα οποία λόγω του μικρού μεγέθους θεωρούνται σφαιρικά και συμπεριφέρονται ως μαγνητικά δίπολα. Συνεπώς, η εφαρμογή ενός μαγνητικού πεδίου θα επηρεάσει την περιστροφική κίνηση κάθε σωματιδίου και θα μεταβάλλει το ιξώδες και την ολική πίεση του ρευστού. Μέσα στα πλαίσια της συγκεκριμένης εργασίας αναπτύσσουμε νέα θεωρητικά μοντέλα μαγνητορευστοδυναμικής ροής για να καταστεί δυνατή η μελέτη της 3-D ροής ρευστού, εντός του οποίου εισάγονται συγκεντρώσεις μαγνητικών ρευστών με ιδιαίτερως σημαντική μαγνήτιση, υπό την επίδραση εξωτερικού μαγνητικού πεδίου. Συνεπώς, έχοντας σαν βασικό σκοπό να ισχυροποιήσουμε την αξιοπιστία του προτεινόμενου μοντέλου μας σε σχέση με τις αρχές της φερροϋδροδυναμικής και της μαγνητοϋδροδυναμικής, λαμβάνουμε υπόψη μας και τη μαγνήτιση και την ηλεκτρική αγωγιμότητα του ρευστού, αντίστοιχα. Το μοντέλο μας ενσωματώνει τις αλληλεπιδράσεις των μαγνητικών ρευστών με το μαγνητικό πεδίο, σε ενιαία τροποποιημένη μορφή των εξισώσεων Navier-Stokes που διέπουν την 3-D ροή και οι οποίες μαζί με την εξίσωση της μαγνήτισης και της συνέχειας μπορούν να επιλυθούν με τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες. Κάτω από αυτό το πρίσμα, κάνουμε αναλυτική επεξεργασία αυτών των εξισώσεων με στόχο να υπολογίσουμε το τρισδιάστατο ενεργό ιξώδες και την ολική πίεση σε όρους της ταχύτητας, του ολικού (εφαρμοζόμενου και παραγόμενου) μαγνητικού πεδίου και των υδροδυναμικών και μαγνητικών παραμέτρων του ρευστού, ανεξάρτητα από τη γεωμετρία της ροής. Στην συνέχεια, προκειμένου να δείχτεί η χρησιμότητα του μοντέλου μας, προτείνουμε αναλυτικές λύσεις του προβλήματος της έρπουσας ροής σε εφαρμογές επιστημονικού και τεχνολογικού ενδιαφέροντος. Η αναζήτηση των αναλυτικών αναλύσεων επιδιώκεται μέσα στα πλαίσια της θεωρίας των διαφορικών αναπαράστάσεων για την εύρεση των πεδίων ροής. Επίσης, μελετάται και η ανάπτυξη μοντέλων για την επίλυση προβλημάτων μαγνητορευστοδυναμικής ροής υγρών μετάλλων που είναι ιδιαίτερης σημασίας στις τεχνολογικές εφαρμογές. Τα ανωτέρω προβλήματα εντάσσονται σε επιστημονικές και τεχνολογικές περιοχές αιχμής.



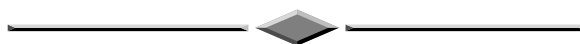
-
14. G. Perrusson, P. Vafeas & D. Lesselier, “**Low-frequency dipolar excitation of a perfect ellipsoidal conductor**”, *Quarterly of Applied Mathematics (Quart. Appl. Math.)*, **68**, 513-536 (2010).
-

Αυτή η εργασία ασχολείται με τη σκέδαση από ένα πλήρως αγωγίμο ελλειψοειδές υπό την διέγερση ενός μαγνητικού δίπολου σε χαμηλές συχνότητες. Η πηγή και το ελλειψοειδές βρίσκονται σε ένα άπειρο, ομογενές, αγωγίμο έδαφος. Η κύρια ιδέα είναι να επιτύχουμε αναλυτική λύση του συγκεκριμένου προβλήματος σκέδασης, με σκοπό να έχουμε μία γρήγορη αριθμητική εκτίμηση του σκεδασμένου πεδίου, η οποία είναι χρήσιμη για την επίλυση του αντιστρόφου προβλήματος σκέδασης. Οι εξισώσεις Maxwell και οι αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες, οι οποίες περιγράφουν το πρόβλημα, αρχικά γράφονται χρησιμοποιώντας αναπτύγματα χαμηλών συχνοτήτων για τα πεδία μέχρι και την τρίτη τάξη. Το στατικό πεδίο (όρος μηδενικής τάξης) ικανοποιεί την εξίσωση του Laplace. Ο επόμενος μη μηδενικός όρος (όρος δεύτερης τάξης) είναι πιο πολύπλοκος και ικανοποιεί την εξίσωση του Poisson. Ο όρος τρίτης τάξης είναι ανεξάρτητος από τους προηγούμενους και περιγράφεται από την εξίσωση του Laplace. Τα παραπάνω συνθέτουν τρία διαφορετικά προβλήματα σκέδασης, τα οποία επιλύονται χρησιμοποιώντας την μέθοδο χωριζόμενων μεταβλητών στο ελλειψοειδές σύστημα συντεταγμένων. Οι λύσεις γράφονται ως αναπτύγματα των έως σήμερα αναλυτικά γνωστών βαθμωτών ελλειψοειδών αρμονικών συναρτήσεων. Λεπτομέρειες δίνονται ώστε να επεξηγηθεί αναλυτικά πλήρως πώς επιτυγχάνονται οι λύσεις αυτές, ενώ επιπλέον δίνονται και αριθμητικά παραδείγματα.



15. P. Vafeas, P.K. Papadopoulos & P.M. Hatzikonstantinou, “**On the perturbation of the three-dimensional Stokes flow of micropolar fluids by a constant uniform magnetic field in a circular cylinder**”, *Mathematical Problems in Engineering (Math. Probl. Eng.)*, **2011 (659691)**, 1-41 (2011).

Πολλές πρακτικές εφαρμογές στη τεχνολογία του μηχανικού περιλαμβάνουν τη μαγνητορευστοδυναμική ροή μαγνητικών ρευστών, τα οποία περιέχουν κολλοειδή αιωρήματα από μαγνητικά σωματίδια, παρουσία μαγνητικού πεδίου. Στην παρούσα εργασία θεωρούμε κολλοειδές αιώρημα ενός μη αγώγιμου φερρομαγνητικού υλικού, το οποίο αποτελείται από πολύ μικρά σφαιρικά σωματίδια που συμπεριφέρονται ως μαγνητικά δίπολα, μέσα σε ρευστό περίπου μηδενικής αγωγιμότητας και με ιδιότητες χαμηλού αριθμού Reynolds. Συγκεκριμένα, μελετάται η αλληλεπίδραση ενός 3-D σταθερού και ομοιόμορφου μαγνητικού πεδίου με την τρισδιάστατη σταθερή και έρπουσα ροή (ροή Stokes) ενός ιξώδους, ασυμπίεστου ρευστού με μαγνητικά σωματίδια, μέσα σε κυκλικό κύλινδρο, όπου η μαγνήτιση του φερρομαγνητικού ρευστού έχει ληφθεί υπόψη. Χρησιμοποιούμε την εκφυλισμένη μορφή του γενικού τρισδιάστατου θεωρητικού μοντέλου που διέπει τη μαγνητοϋδροδυναμική ροή τέτοιων υγρών, η οποία βασίζεται στον αντίστοιχο εκφυλισμό των μερικών διαφορικών εξισώσεων στην απλούστερη μορφή της ροής Stokes. Αυτές οι μαγνητικές εξισώσεις Stokes περιέχουν το πρόσθετο ενεργό ιξώδες του ρευστού, που οφείλεται στην παρουσία των φερρομαγνητικών σωματιδίων, συναρτήσει του εφαρμοζόμενου μαγνητικού πεδίου και των υδροδυναμικών, μαγνητικών ιδιοτήτων του ρευστού, ανεξάρτητα από τη γεωμετρία της ροής. Σκοπός μας είναι να εφαρμόσουμε τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες, σύμφωνα πάντα με τη φυσική πραγματικότητα, ώστε να υπολογίσουμε τα πεδία ροής σε κλειστή αναλυτική μορφή μέσω της θεωρίας των διαφορικών αναπαράστασεων και να μελετήσουμε διάφορα χαρακτηριστικά της ροής. Συνεπώς, χρησιμοποιούμε μία νέα βελτιωμένη, πλήρη και μοναδική, διαφορική αναπαράσταση για τη μαγνητική ροή Stokes, η οποία εφαρμόζεται και σε μη αξονοσυμμετρικές γεωμετρίες και δίνει αναλυτικά το πεδίο ταχύτητας και το πεδίο ολικής πίεσης σε όρους γνωστών ή εύκολα υπολογίσιμων δυναμικών. Τέλος, κάνουμε εκτενή χρήση των αναλυτικών αποτελεσμάτων μας για να προσομοιώσουμε την έρπουσα ροή μαγνητικού ρευστού μέσα σε κυκλικό αγωγό και να υπολογίσουμε αριθμητικά τα πεδία ροής που σχετίζονται με τη συγκεκριμένη ροή.



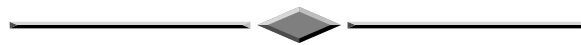
16. P. Vafeas, P.K. Papadopoulos & D. Lesselier, “**Electromagnetic low-frequency dipolar excitation of two metal spheres in a conductive medium**”, *Journal of Applied Mathematics (J. Appl. Math.)*, **2012 (628261)**, 1-37 (2012).

Η παρούσα εργασία αφορά στην αλληλεπίδραση χαμηλών συχνοτήτων ενός χρονικά αρμονικού μαγνητικού δίπολου, αυθαιρέτως προσανατολισμένου στον τρισδιάστατο χώρο, με δύο πλήρως αγώγιμες σφαίρες μέσα σε ένα ομογενές αγώγιμο μέσο. Σε πολλές εφαρμογές, όπου δύο μεταλλικά σώματα βρίσκονται κοντά το ένα με το άλλο, η 3-D δισφαιρική γεωμετρία προσεγγίζει ικανοποιητικά τέτοιου είδους αντικείμενα. Το συγκεκριμένο φυσικό πρόβλημα μοντελοποιείται θεωρώντας δύο στερεά μη διαπερατά (μεταλλικά) σώματα τα οποία διεγείρονται από ένα μαγνητικό δίπολο, όπου το πρόβλημα συνοριακών τιμών σκέδασης επιλύεται μέσω ενός ακριβούς αναπτύγματος χαμηλών συχνοτήτων των προσπιπτόντων, σκεδασμένων και ολικών ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων σε θετικές ακέραιες δυνάμεις $(ik)^n$ για $n \geq 0$, όπου k είναι ο μιγαδικός κυματάριθος του εξωτερικού μέσου. Ασχολούμαστε με τους πιο σημαντικούς όρους των αναπτυγμάτων χαμηλών συχνοτήτων των μη αξονοσυμμετρικών σκεδασμένων ηλεκτρομαγνητικών πεδίων, δηλαδή του στατικού (για $n=0$) όρου και των αντίστοιχων δυναμικών ($n=1,2,3$) όρων, ενώ για $n \geq 4$ η συνεισφορά των επιπλέον όρων είναι ασήμαντη. Ο υπολογισμός των πλήρων λύσεων, οι οποίες ικανοποιούν διαφορικές εξισώσεις των Laplace και Poisson, οδηγεί σε άπειρα γραμμικά συστήματα, τα οποία λύνονται προσεγγιστικά μέχρι οποιαδήποτε ακρίβεια μέσω μίας διαδικασίας κοψίματος όρων ή μέσω αριθμητικής επεξεργασίας. Συνεπώς, υπολογίζουμε τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία σε αναλυτική συμπαγή μορφή σαν αναπτύγματα απειροσειρών δισφαιρικών ιδιοσυναρτήσεων. Κάνουμε χρήση των αναλυτικών αποτελεσμάτων μας για να προσομοιώσουμε το συγκεκριμένο πρόβλημα ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης, ώστε να μελετήσουμε την επίδραση του λόγου των ακτινών των δύο σφαιρών, της σχετικής θέσης τους και της θέσης του μαγνητικού δίπολου στο πραγματικό και το φανταστικό μέρος του σκεδασμένου μαγνητικού πεδίου.



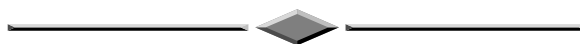
-
17. F. Kariotou & P. Vafeas, “**The avascular tumour growth in the presence of inhomogeneous physical parameters imposed from a finite spherical nutritive environment**”, *International Journal of Differential Equations (Int. J. Differ. Equ.)*, **2012 (175434)**, 1-25 (2012).
-

Ένα πολύ γνωστό μαθηματικό μοντέλο για ακτινικά συμμετρική ανάπτυξη όγκου επανεξετάζεται στην παρούσα εργασία. Υπό αυτό το πρίσμα, θεωρούμε μία σφαιρική καρκινική μάζα η οποία βρίσκεται μέσα σε ένα πεπερασμένο ομόκεντρο σφαιρικό περίβλημα με θρεπτικά συστατικά. Αυτό το σφαιρικό κελί προσφέρει στον όγκο ζωτικά θρεπτικά συστατικά, λαμβάνει τα υπολείμματα των νεκρωτικών καρκινικών κελιών και επίσης μεταδίδει στον όγκο την εξωτερική πίεση η οποία επιβάλλεται στο εξωτερικό σύνορο. Μελετάμε, κυρίως, το είδος της ανομοιογένειας που παρουσιάζει η τροφοδοσία θρεπτικών συστατικών και η επιβαλλόμενη πίεση, έτσι ώστε να εξασφαλιστεί και να διατηρηθεί η σφαιρική δομή. Συμπεραίνουμε ότι για να επιτευχθεί το σφαιρικό σχήμα στη δομή, τα επιβαλλόμενα πεδία πρέπει να διατηρούν μία συγκεκριμένη μορφή ανομοιογένειας στη σχέση μεταξύ των θρεπτικών συστατικών και της πίεσης. Η συγκεκριμένη εργασία περιλαμβάνει επίσης την αναλυτική εξαγωγή και επεξεργασία των σχετιζόμενων συνοριακών προβλημάτων, η οποία βασίζεται σε φυσικούς νόμους διατήρησης. Περιπτώσεις ειδικού φυσικού ενδιαφέροντος μελετώνται ξεχωριστά, ενώ ανακτώνται πλήρως τα ήδη υπάρχοντα στη βιβλιογραφία αποτελέσματα ομογενούς ανάπτυξης.



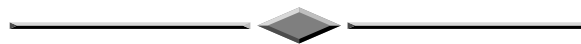
-
18. P.K. Papadopoulos, P. Vafeas & P.M. Hatzikonstantinou, “**Ferrofluid pipe flow under the influence of the magnetic field of a cylindrical coil**”, *Physics of Fluids (Phys. Fluids)*, **24** (122002), 1-13 (2012).
-

Εξετάζεται αριθμητικά η ροή φερρομαγνητικού ρευστού σε σωλήνα υπό την επίδραση ενός ομοαξονικού, πεπερασμένου μήκους, κυλινδρικού πηνίου. Η διαμόρφωση της συγκεκριμένης ροής επιλέγεται έτσι όπως εμφανίζεται σε εφαρμογές τεχνολογικού και βιοτεχνολογικού ενδιαφέροντος. Ο σκοπός της εργασίας είναι η εξέταση της ακρίβειας μίας αναλυτικής λύσης για την εξίσωση της μαγνήτισης και η αποτίμηση της αξιοπιστίας της όταν χρησιμοποιείται για μη ομοιόμορφα μαγνητικά πεδία. Βρέθηκε ότι μπορεί να αποτελέσει μία πολύ καλή εκτίμηση της μαγνήτισης, ειδικά για ισχυρά μαγνητικά πεδία με ασθενείς βαθμώσεις. Από την άλλη μεριά, εξετάζεται η επίδραση του μαγνητικού πεδίου στη ροή και μελετάται η σχετική σημασία των μαγνητικών όρων της εξίσωσης της ορμής. Οι παράμετροι που εξετάζουμε είναι η ισχύς του μαγνητικού πεδίου και των βαθμώσεών του, η ογκομετρική συγκέντρωση των μαγνητικών σωματιδίων και οι διαστάσεις (μήκος και διάμετρος) του πηνίου. Παρατηρήθηκε ότι η πτώση της αξονικής πίεσης εξαρτάται γραμμικά από την ογκομετρική συγκέντρωση και ότι η επίδραση του μαγνητικού ιξώδους είναι αμελητέα σε περιπτώσεις μη ομοιόμορφων μαγνητικών πεδίων.



-
19. G. Dassios, F. Kariotou & P. Vafeas, “**Invariant vector harmonics. The ellipsoidal case**”, *Journal of Mathematical Analysis and Applications (J. Math. Anal. Appl.)*, **405**, 652-660 (2013).
-

Εισάγουμε ένα πλήρες σύνολο από διανυσματικές αρμονικές συναρτήσεις σε αναλλοίωτη μορφή, δηλαδή, σε μορφή ανεξάρτητη από κάθε σύστημα συντεταγμένων. Στην πραγματικότητα, ορίζουμε τρεις διανυσματικούς διαφορικούς τελεστές πρώτης τάξης οι οποίοι, όταν δρουν σε μία βαθμωτή αρμονική συνάρτηση παράγουν τρεις ανεξάρτητες διανυσματικές αρμονικές συναρτήσεις. Στη συνέχεια, αποδεικνύουμε τις σχετιζόμενες με αυτές ιδιότητες γραμμικής ανεξαρτησίας και εξετάζουμε το χαρακτηρισμό κάθε αρμονικής ως αστρόβιλο ή σωληνοειδές πεδίο. Επιπλέον αποδεικνύουμε ότι αυτό το σύνολο συναρτήσεων αποτελεί ένα πλήρες σύνολο από διανυσματικές αρμονικές. Τελικά, χρησιμοποιούμε αυτές τις αναλλοίωτες εκφράσεις για να ανακτήσουμε τις διανυσματικές σφαιρικές αρμονικές που εισήγαγε αρχικά ο Hansen και για να εισάγουμε διανυσματικές ελλειψοειδείς αρμονικές στον $\mathbb{R}^3$. Η μέθοδός μας μπορεί να εφαρμοστεί σε οποιοδήποτε άλλο σύστημα συντεταγμένων για την παραγωγή των αντίστοιχων διανυσματικών αρμονικών.



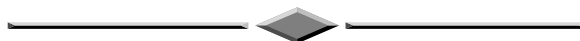
20. K. Gazeli, P. Svarnas, P. Vafeas, P.K. Papadopoulos, A. Gkelios & F. Clément, **“Investigation on streamers propagating into a helium jet in air at atmospheric pressure: Electrical and optical emission analysis”**, *Journal of Applied Physics (J. Appl. Phys.)*, **114 (103304)**, 1-12 (2013).

Το πλάσμα που παράγεται από καθοδηγούμενα ρεύματα μέσα σε ένα διηλεκτρικό αγωγό και τζετ ηλίου σε ατμοσφαιρικό αέρα εξετάζεται ηλεκτρικά και οπτικά. Τα ρεύματα ηλίου παράγονται στο διηλεκτρικό σωλήνα ενός ομοαξονικού διηλεκτρικού φράγματος εκκένωσης, όπου διεγείροντας τον αγωγό, διαδίδονται μέσα στο τζετ ηλίου στον αέρα. Το αξονοσυμμετρικό πεδίο ταχύτητας του ουδέτερου αερίου ηλίου που διεισδύει στον αέρα, προσεγγίζεται με τον αλγόριθμο PISO. Στις παρούσες συνθήκες εργασίας, αποφεύγεται η τυρβώδης ροή ηλίου. Το σύστημα ενεργοποιείται από μία ηλεκτροκινητική δύναμη 0-11 kV από κορυφή σε κορυφή με συχνότητα 5-20 kHz. Αποδεικνύεται ότι απαραίτητη προϋπόθεση για την ανάπτυξη του ρεύματος είναι η συνεχής ροή ηλίου, ανεξάρτητα από την υποστήριξη ή μη του διηλεκτρικού φράγματος εκκένωσης. Πραγματοποιείται μία παραμετρική μελέτη σε όλη την έκταση των ενεργών παραμέτρων του συστήματος και καθορίζεται η βέλτιστη λειτουργία, ώστε να επιτευχθεί η μακρύτερη διάδοση του ρεύματος μέσα στον αέρα. Για τον προσδιορισμό του συγκεκριμένου βέλτιστου, καταγράφονται η ώθηση του ρεύματος κυκλοφορίας και η εξέλιξη της εκπομπής UV-ορατού του ρεύματος. Επίσης, η μέση ταχύτητα διάδοσης του ρεύματος υπολογίζεται. Τότε, θεωρείται ο σχηματισμός άφθονων ενεργών ειδών εκπομπής (συναρτήσει της έντασης και των θερμοκρασιών στροβιλισμού) και σκιαγραφείται η εξέλιξή τους μέσα στο μονοπάτι διάδοσης του ρεύματος. Οι βασικές υποθέσεις της παρούσας δουλειάς συνεισφέρουν στην καλύτερη κατανόηση των φυσικοχημικών χαρακτηριστικών σε παρόμοια συστήματα που εφαρμόζονται σε σχετικά πεδία μηχανικής, συμπεριλαμβανομένων της βιοϊατρικής και της επεξεργασίας υλικών.



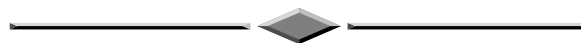
-
21. F. Kariotou & P. Vafeas, “**On the transversally isotropic pressure effect on avascular tumor growth**”, *Mathematical Methods in the Applied Sciences (Math. Methods Appl. Sci.)*, **37**, 277-282 (2014).
-

Στην παρούσα εργασία θεωρούμε ένα τυπικό μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει την ανάπτυξη καρκινικού όγκου. Υπό το πρίσμα της πεπλατυσμένης σφαιροειδούς γεωμετρίας, επικεντρωνόμαστε στο είδος των απαιτούμενων εξωτερικών συνθηκών που υποστηρίζουν την επίτευξη της συγκεκριμένης γεωμετρίας. Αποδεικνύεται ότι, δεδομένου ενός εγκάρσιου ισοτροπικού πεδίου πίεσης, ο καρκινικός όγκος παρουσιάζει πεπλατυσμένη σφαιροειδή ανάπτυξη, μόνον όταν η συγκέντρωση τροφής έχει συγκεκριμένη μορφή που εξαρτάται από την πίεση και ακολουθεί την εξέλιξη του όγκου. Συμπεριλαμβάνεται ο γεωμετρικός εκφυλισμός στην επιμήκη γεωμετρία και η ανάκτηση των ήδη γνωστών αποτελεσμάτων για τη σφαίρα.



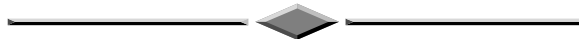
22. F. Kariotou, P. Vafeas & P.K. Papadopoulos, “**Mathematical modeling of tumour growth in inhomogeneous spheroidal environment**”, *International Journal of Biology and Biomedical Engineering (Int. J. Biol. Biomed. Eng.)*, **8**, 132-141 (2014).

Η ανάπτυξη μαθηματικών μοντέλων για την εξέλιξη καρκινικών όγκων, τα οποία μπορούν να λυθούν αναλυτικά και να δώσουν αναλυτικά αποτελέσματα, είναι χρήσιμη στην ποιοτική μελέτη τέτοιων πολύπλοκων φαινομένων. Τα περισσότερα από αυτά τα μοντέλα θεωρούν ακτινικά συμμετρικούς όγκους που εξελίσσονται σε ένα ομογενές περιβάλλον, λόγω της ύπαρξης πειραματικών δεδομένων, τα οποία αναφέρονται κυρίως σε σφαιρικούς όγκους. Παρόλα αυτά, οι διάφορες αναλύσεις σε ζωντανούς οργανισμούς δείχνουν ότι η ανομοιογένεια του εξωτερικού περιβάλλοντος επηρεάζει τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά της αναπτυσσόμενης καρκινικής μάζας, όπως για παράδειγμα στην περίπτωση του οισοφαγικού καρκίνου. Στη παρούσα εργασία θεωρούμε ότι ο περιβάλλοντας ιστός επιβάλλει την αξονοσυμμετρική δομή ενός επιμήκους σφαιροειδούς όγκου μέσω ενός κατάλληλου πεδίου πίεσης και ερευνούμε την εξέλιξη της ανάπτυξης μέσα σε ένα κατάλληλα θρεπτικό περιβάλλον. Με αυτό το σκεπτικό, το μαθηματικό μοντέλο που θεωρούμε αποτελείται από τρία προβλήματα συνοριακών τιμών, τα οποία περιγράφουν τη συγκέντρωση τροφής, τη συγκέντρωση αναστολέα και το πεδίο πίεσης στο εσωτερικό και στο εξωτερικό ενός πολυστοιβαδικού επιμήκους σφαιροειδούς, το οποίο προσομοιώνει τον όγκο. Αυτά τα προβλήματα μας προσφέρουν τα απαραίτητα δεδομένα για την επίλυση της εξίσωσης εξέλιξης του εξωτερικού συνόρου του καρκινικού όγκου, η οποία είναι μία εξαιρετικά μη γραμμική συνήθης διαφορική εξίσωση. Επιπλέον, το μοντέλο μας υφίσταται έναν γεωμετρικό εκφυλισμό σε ειδικές περιπτώσεις και κυρίως στη σφαιρική γεωμετρία με σκοπό να ανακτήσουμε τα ήδη γνωστά αποτελέσματα για τη σφαίρα.



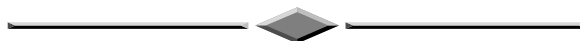
23. P.K. Papadopoulos, P. Vafeas, P. Svarnas, K. Gazeli, P.M. Hatzikostantinou, A. Gkelios & F. Clément, “**Interpretation of the gas flow field modification induced by guided streamer (‘plasma bullet’) propagation**”, *Journal of Physics D: Applied Physics (J. Phys. D: Appl. Phys.)*, **47 (425203)**, 1-16 (2014).

Το πλάσμα που δημιουργείται από ευγενή αέρια σε μορφή “σφαιρών”, το οποίο βρίσκεται σε μη ισορροπία και υπό ατμοσφαιρική πίεση, έχει προσελκύσει μεγάλη προσοχή, σε αντίθεση με το ψυχρό πλάσμα χαμηλής πίεσης ή το θερμό πλάσμα ατμοσφαιρικής πίεσης, σε διάφορους επιστημονικούς κλάδους όπως η επιστήμη των υλικών και η βιοϊατρική, λόγω των μοναδικών συμβατών χαρακτηριστικών τους. Ένας παράγοντας κλειδί της αποτελεσματικότητας των περισσότερων από αυτά τα συγκεκριμένα συστήματα είναι η αλληλεπίδραση μεταξύ του καναλιού ευγενούς αερίου όπου οι “σφαίρες” (ρεύματα) διαδίδονται και του ίδιου του πλάσματος. Το αντικείμενο αυτού του άρθρου είναι η επίδειξη αυτής της αλληλεπίδρασης και η επεξήγηση της τροποποίησης του αερίου πεδίου ροής που προκαλείται από την ενεργοποίηση του πλάσματος. Υπό αυτό το πρίσμα, εφαρμόζεται ένα 3-D αριθμητικό μοντέλο που εισάγει και συνδυάζει τις σχετιζόμενες εξισώσεις και καταγράφονται η απεικόνιση schlieren, καθώς και η εξέλιξη της οπτικής εκπομπής φασματοσκοπίας UV-ορατού του ρεύματος υψηλής ανάλυσης. Σε συμφωνία με τα παραγόμενα αποτελέσματα, ο μηχανισμός που οδηγεί στην διαφοροποίηση του πεδίου ροής σχετίζεται ξεκάθαρα την ηλεκτροϋδροδυναμική δύναμη, ενώ αποδεικνύεται ότι η μεταβολή της θερμοκρασίας του αερίου δεν συνεισφέρει ουσιαστικά.



-
24. P. Svarnas, P.K. Papadopoulos, P. Vafeas, A. Gkelios, F. Clément & A. Mavon, **“Influence of atmospheric pressure guided streamers (plasma bullets) on the working gas pattern in air”**, *IEEE Transactions on Plasma Science (IEEE Trans. Plasma Sci.)*, **42**, 2430-2431 (2014).
-

Η συγκεκριμένη δουλειά είναι αφιερωμένη στη μελέτη των αερίων πεδίων ροής που σχετίζονται με τη ροή ηλίου σε καθοδηγούμενο ρεύμα ατμοσφαιρικής πίεσης (σφαίρα πλάσματος) μέσα στον αέρα. Για πολύ ασθενείς έως και μέσης έντασης ροές ηλίου, παρουσιάζεται η τροποποίηση που προκαλείται στο πεδίο ροής αερίου από τη στιγμή έναρξης του πλάσματος; αποδεικνύεται ότι η περιοχή τυρβώδους ροής επεκτείνεται και δύο συνθήκες πρέπει να ικανοποιούνται σχετικά με το προφίλ του ρεύματος αερίου που διαδίδεται μέσα στον αέρα, δηλαδή στρωτή ροή και υψηλή συγκέντρωση σε αυτή την περιοχή στρωτής ροής.



-
25. M. Doschoris & P. Vafeas, “**Connection formulae between ellipsoidal and spherical harmonics with applications to fluid dynamics and electromagnetic scattering**”, *Advances in Mathematical Physics (Adv. Math. Phys.)*, **2015 (572458)**, 1-12 (2015).
-

Το περιβάλλον του ελλειψοειδούς συστήματος, σαφώς πιο πολύπλοκο από το σφαιρικό, προσφέρει τα απαραίτητα εργαλεία για την επίλυση προβλημάτων συνοριακών τιμών σε ανισότροπο χώρο. Παρόλα αυτά, η θεωρία των συναρτήσεων Lamé και των ελλειψοειδών αρμονικών που σχετίζονται με το ελλειψοειδές σύστημα είναι σχετικά πολύπλοκη. Ένα κρίσιμο σημείο σε αυτό το πρόβλημα θα ήταν η ύπαρξη εκφράσεων που συσχετίζουν τα δύο διαφορετικά συστήματα συντεταγμένων, αν και δεν υπάρχει εύκολος τρόπος να γίνει μία τέτοια σύνδεση. Το παρόν άρθρο απευθύνεται σε αυτό το θέμα, όπου εξάγουμε αναλυτικές σχέσεις συγκεκριμένων ελλειψοειδών αρμονικών σε όρους αντίστοιχων αρμονικών συναρτήσεων στο κλασσικό σφαιρικό σύστημα. Η χρησιμότητα αυτών των εκφράσεων φαίνεται μέσα από την εφαρμογή τους σε φυσικές εφαρμογές.



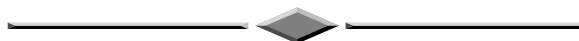
26. P. Vafeas, P.K. Papadopoulos & P.M. Hatzikonstantinou, “**Analytical integro-differential representation of flow fields for the micropolar Stokes flow of a conducting ferrofluid**”, *IMA Journal of Applied Mathematics (IMA J. Appl. Math.)*, **80**, 839-864 (2015).

Στη σύγχρονη τεχνολογία του μηχανικού εμφανίζονται συχνά πρακτικές φυσικές εφαρμογές μαθηματικής φύσης, οι οποίες περιέχουν τη μελέτη ροών μαγνητικών και αγωγίμων ρευστών σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds υπό την επίδραση μαγνητικών πεδίων. Εδώ θεωρούμε την 3-D έρπουσα ροή (ροή Stokes), σε μόνιμη κατάσταση, ενός μη αγωγίμου κολλοειδούς αιωρήματος από φερρομαγνητικό υλικό μέσα σε ένα ηλεκτρικά αγωγίμο, ιζώδες και ασυμπίεστο, ρευστό. Σε τέτοιες περιπτώσεις τα φερρομαγνητικά σωματίδια συμπεριφέρονται σαν μαγνητικά δίπολα και αντιδρούν στην παρουσία ενός εξωτερικά εφαρμοζόμενου μαγνητικού πεδίου, το οποίο είναι γενικής μορφής και τυχαίου προσανατολισμού στον τρισδιάστατο χώρο. Επιπλέον, δημιουργείται ένα αμελητέο επαγόμενο μαγνητικό πεδίο, ενώ αυξάνεται το ενεργό ιζώδες του ρευστού και εμφανίζεται μία επιπρόσθετη μαγνητική πίεση. Η συνέπεια των σχετιζόμενων μερικών διαφορικών εξισώσεων με τις αρχές φερροϋδροδυναμικής και μαγνητοϋδροδυναμικής ροής εξασφαλίζεται παίρνοντας υπόψη τη μαγνήτιση και την ηλεκτρική αγωγιμότητα του ρευστού, αντίστοιχα. Ο κύριος σκοπός μας είναι να χρησιμοποιήσουμε τη θεωρία αναπαράστασεων μέσω δυναμικών για να βελτιώσουμε προηγούμενα μοντέλα και να κατασκευάσουμε μία νέα πλήρη και μοναδική ολοκληρωδιαφορική αναπαράσταση της προαναφερθείσας μαγνητικής ροής Stokes ηλεκτρικά αγωγίμων υγρών, η οποία να είναι εφαρμόσιμη σε μη αξονοσυμμετρικές γεωμετρίες. Μία τέτοια αναπαράσταση μας δίνει τα πεδία ταχύτητας και ολικής πίεσης σε κλειστή μορφή και σε όρους απλών και εύκολα υπολογίσιμων δυναμικών, μέσω ενός υβριδικού φορμαλισμού. Προκειμένου να δείξουμε τη χρησιμότητα της αναλυτικής μας δουλειάς, θεωρούμε μία εκφυλισμένη περίπτωση της μεθόδου μας για να προσομοιάσουμε την έρπουσα ροή ενός ρευστού με μαγνητικά σωματίδια και ηλεκτρικά αγωγιμες ιδιότητες μέσα σε έναν κυλινδρικό αγωγό.



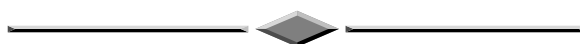
-
27. G. Perrusson, P. Vafeas, I.K. Chatjigeorgiou & D. Lesselier, “**Low-frequency on-site identification of a highly conductive body buried in Earth from a model ellipsoid**”, *IMA Journal of Applied Mathematics (IMA J. Appl. Math.)*, **80**, 963-980 (2015).
-

Στην παρούσα εργασία μελετάμε την ανίχνευση υψηλά αγώγιμων μεταλλευμάτων θαμμένων κάτω από τη Γη, θεωρώντας ένα ισοδύναμο, πλήρως αγώγιμο, τριαξονικό ελλειψοειδές μοντέλο. Τα διαθέσιμα πραγματικά δεδομένα (για τρεις συνιστώσες μαγνητικών πεδίων που λαμβάνονται μέσω μιας ράβδου μέτρησης στην επιφάνεια της Γης και αντιστοιχούν σε συγκεκριμένη συχνότητα) μοντελοποιούνται μέσω των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων που σκεδάζονται από το ισοδύναμο ελλειψοειδές, το οποίο θεωρείται ότι βρίσκεται μέσα σε ένα ομογενές και αγώγιμο μέσο, όπως είναι η Γη. Τα πεδία αυτά δίνονται από αναπτύγματα σειρών χαμηλών συχνοτήτων σε κλειστή μορφή, ενώ η πηγή είναι ένα μαγνητικό δίπολο κάθετα τοποθετημένη στην επιφάνεια της Γης. Η προσέγγιση αυτή του προβλήματος προσφέρει γρήγορους και ακριβείς αριθμητικούς υπολογισμούς των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων. Το αντίστροφο πρόβλημα σκέδασης περιγράφεται αναλυτικά και στηρίζεται στην ελαχιστοποίηση της συνάρτησης σφάλματος ελαχίστων τετραγώνων μεταξύ των πεδίων που προκύπτουν από ένα δεδομένο ελλειψοειδές και των διαθέσιμων δεδομένων. Στην προσπάθεια αυτή, οι άγνωστοι είναι οι ημιάξονες του ελλειψοειδούς, οι γωνίες του προσανατολισμού του και οι συντεταγμένες του κέντρου του. Η επιβεβαίωση των αποτελεσμάτων γίνεται μέσω της αριθμητικής μοντελοποίησης της συγκεκριμένης διαδικασίας για πραγματικά δεδομένα ανίχνευσης μεταλλικών αντικειμένων σε μία περιοχή ορυχείων.



-
28. P. Bakalis, P.M. Hatzikonstantinou & P. Vafeas, “**MFD formulations for the liquid metal flow in a curved pipe of circular cross section**”, *Computers & Fluids (Comput. Fluids)*, **119**, 1-12 (2015).
-

Στην εργασία αυτή εξετάζεται η στρωτή πλήρως ανεπτυγμένη μαγνητοϋδροδυναμική (MHD) ροή ενός υγρού μετάλλου μέσα σε έναν καμπύλο αγωγό κυκλικής διατομής, υπό την επίδραση ενός εγκάρσιου εξωτερικού μαγνητικού πεδίου. Χρησιμοποιούνται τρεις διαφορετικές θεωρήσεις για την επεξεργασία των βασικών ηλεκτρομαγνητικών παραμέτρων. Η επεκταμένη αριθμητική μεταβαλλόμενη μέθοδος για MHD ροές Συνεχής Πίεση Στροβιλισμού (CVP) χρησιμοποιείται για τη σύνδεση των εξισώσεων της ορμής και της συνέχειας. Τα αποτελέσματα επιτυγχάνονται για διαφορετικές τιμές της καμπυλότητας (0-0.2) και του αδιάστατου αριθμού Hartmann (0-1000). Το μέτρο της αξονικής ταχύτητας καθορίζεται από την εξισορρόπηση των φυγόκεντρων και των ηλεκτρομαγνητικών δυνάμεων. Τα αποτελέσματα φανερώνουν τα όρια της εφαρμοσιμότητας των χρησιμοποιούμενων ηλεκτρομαγνητικών μοντέλων καθώς ο αδιάστατος αριθμός Hartmann αυξάνεται.



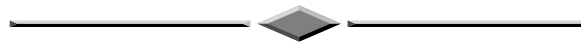
29. P. Vafeas, D. Lesselier & F. Kariotou, “**Estimates for the low-frequency electromagnetic fields scattered by two adjacent metal spheres in a lossless medium**”, *Mathematical Methods in the Applied Sciences (Math. Methods Appl. Sci.)*, **38**, 4210-4237 (2015).

Τα επαγωγικά ηλεκτρομαγνητικά μέσα, τα οποία εισάγονται σε πραγματικές φυσικές εφαρμογές για την ανίχνευση ογκωδών μεταλλικών σωμάτων που βρίσκονται μέσα σε περιβάλλον χωρίς απώλειες, συχνά απαιτούν πολύπλοκα εργαλεία για τον υπολογισμό των πεδίων, αρχικά στο στάδιο της μοντελοποίησης και στη συνέχεια στο στάδιο της αναλυτικής και αριθμητικής επίλυσης. Στην παρούσα εργασία θεωρούμε δύο τέλειους αγωγούς, οι οποίοι βρίσκονται αρκετά κοντά ο ένας με τον άλλον έτσι ώστε η 3-D δισφαιρική γεωμετρία να προσφέρει μία πολύ καλή προσέγγιση. Υπό αυτό το πρίσμα, το συγκεκριμένο πρόβλημα σκέδασης μοντελοποιείται θεωρώντας τους δύο μη διαπερατούς αγωγούς σφαιρικούς, οι οποίοι διεγείρονται από ένα μαγνητικό δίπολο με αρμονική χρονική εξέλιξη και τυχαίο προσανατολισμό στο χώρο. Τα προσπίπτοντα, τα σκεδαζόμενα και τα ολικά μη αξονοσυμμετρικά ηλεκτρομαγνητικά πεδία επιδέχονται αναπτύγματα χαμηλών συχνοτήτων σε όρους θετικών ακέραιων δυνάμεων του πραγματικού κυματικού αριθμού στο εξωτερικό μέσο. Χρησιμοποιούμε τους πιο σημαντικούς όρους των χαμηλών συχνοτήτων, δηλαδή τη στατική προσέγγιση Rayleigh και τους τρεις πρώτους δυναμικούς όρους, ενώ οι όροι ανώτερων δυνάμεων συνεισφέρουν ελάχιστα και συνεπώς αμελούνται. Συνεπώς, το τυπικό πρόβλημα Maxwell μετασχηματίζεται σε εμπλεκόμενα μεταξύ τους προβλήματα συνοριακών τιμών τύπου Laplace ή Poisson με συνοριακές συνθήκες μη διαπερατότητας. Συγκεκριμένα, τα πεδία αναπαρίστανται μέσω 3-D αναπτυγμάτων απείρων σειρών σε όρους δισφαιρικών ιδιοσυναρτήσεων, παίρνοντας αναλυτικές λύσεις σε κλειστή μορφή. Η διαδικασία αυτή οδηγεί σε άπειρα γραμμικά συστήματα, τα οποία μπορούν να λυθούν προσεγγιστικά μέσω μίας τεχνικής κοψίματος όρων έως ότου επιτευχθεί η απαιτούμενη ακρίβεια.



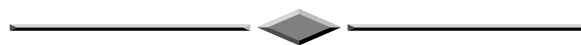
-
30. M. Doschoris, G. Dassios, P. Vafeas, F. Kariotou & I.K. Chatjigeorgiou, “**Revisiting a numerical implementation of the EEG problem in ellipsoidal geometry**”, *Pioneer Journal of Advances in Applied Mathematics* (Pioneer. J. Adv. Appl. Math.), **14**, 35-51 (2015).
-

Το τριαξονικό ελλειψοειδές προσφέρει μία προσέγγιση για το μέσο ανθρώπινο μυαλό η οποία είναι πολύ καλύτερη από το ευρέως χρησιμοποιούμενο σφαιρικό μοντέλο. Η αναλυτική λύση του ευθέως προβλήματος της Ηλεκτροεγκεφαλογραφίας (ΗΕΓ) με μία απομονωμένη πηγή δίπολου έχει ήδη εξαχθεί και καταγραφεί στη βιβλιογραφία. Η συγκεκριμένη λύση εκφράζεται σε όρους ενός ιδιοαναπτύγματος σε ελλειψοειδείς αρμονικές. Παρόλα αυτά, αυτή η έκφραση δεν ήταν δυνατόν να επεξεργαστεί αποτελεσματικά εφόσον δεν υπάρχουν σε κλειστή μορφή ελλειψοειδείς αρμονικές βαθμού υψηλότερου του επτά. Με σκοπό την περαιτέρω ανάλυση αυτού του προβλήματος έχει αναπτυχθεί ένας αποτελεσματικός αριθμητικός αλγόριθμος, ο οποίος παράγει ελλειψοειδείς αρμονικές αυθαίρετου βαθμού και τάξης σε αριθμητική μορφή. Ο αλγόριθμος έχει συγκριθεί με τις γνωστές αναλυτικές ιδιοσυναρτήσεις και τα αποτελέσματα επέδειξαν τέλεια τάυτιση. Τέλος, αυτός ο αλγόριθμος χρησιμοποιήθηκε για την κατασκευή μίας ευσταθούς αριθμητικής λύσης του ηλεκτρικού δυναμικού στην επιφάνεια του εγκεφάλου, η οποία παράγεται από ένα μοναδικό δίπολο αυθαίρετης θέσης και προσανατολισμού. Ο βαθμός των ελλειψοειδών αρμονικών που χρειάζονται για αριθμητική σύγκλιση στη λύση φτάνει μέχρι το 30 και το αποτέλεσμα προσφέρει ένα ελαφρώς βελτιωμένο μοντέλο για την αντιμετώπιση προβλημάτων συνοριακών τιμών σε ελλειψοειδή γεωμετρία.



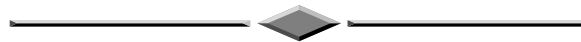
31. P. Vafeas, P.K. Papadopoulos, P.-P. Ding & D. Lesselier, “**Mathematical and numerical analysis of low-frequency scattering from a PEC ring torus in a conductive medium**”, *Applied Mathematical Modelling (Appl. Math. Model.)*, **40**, 6477-6500 (2016).

Σε αυτή την εργασία ερευνάται το πρόβλημα σκέδασης του ηλεκτρικού και του μαγνητικού πεδίου από έναν αδιαπέραστο δακτυλιοειδή τόρο που χαρακτηρίζεται ως τέλειος αγωγός και ευρίσκεται σε ένα ομογενές αγωγίμο μέσο, ενώ διεγείρεται από ένα χρονικά αρμονικό μαγνητικό δίπολο το οποίο έχει αυθαίρετη διεύθυνση και δρα σε χαμηλές συχνότητες. Σε όρους του μιγαδικού κυματικού αριθμού του εξωτερικού μέσου διάδοσης k , το 3-D πρόβλημα σκέδασης συνοριακών τιμών επιλύεται μέσω της εύχρηστης ανάλυσης των πεδίων σε αναπτύγματα χαμηλών συχνοτήτων σε όρους δυνάμεων του $(ik)^n$ για $n \geq 0$. Συνεπώς, το πρόβλημα τύπου Maxwell μετασχηματίζεται σε ένα δυναμικό πρόβλημα συνοριακών τιμών εμπλεκόμενων εξισώσεων τύπου Laplace ή Poisson με συνοριακές συνθήκες μη διαπερατότητας. Χρησιμοποιώντας ένα τοροειδές σύστημα συντεταγμένων προσαρμοσμένο στον τόρο, τα παραπάνω προβλήματα επιλύονται αναπτύσσοντας τα πεδία σε άπειρες σειρές τοροειδών ιδιοσυναρτήσεων. Στην πραγματικότητα, αυτό που είναι μετρήσιμο είναι το σκεδασμένο μαγνητικό πεδίο. Ο στατικός όρος ($n=0$) μας δίνει το μεγαλύτερο ποσοστό του πραγματικού μέρους του και ο όρος δεύτερης τάξης ($n=2$) αποτελεί ένα σημαντικό κομμάτι του φανταστικού του μέρους, όπου και στις δύο περιπτώσεις ο υπολογιζόμενος όρος τρίτης τάξης ($n=3$) αποτελεί μία μικρή διόρθωση. Για $n=1$, δεν υπάρχει πεδίο, ενώ οι όροι για $n \geq 4$ και για τις συγκεκριμένες εφαρμογές, έχουν αποδειχθεί ότι είναι αμελητέας σημασίας και συνεπώς παραλείπονται. Τα δημιουργούμενα γραμμικά συστήματα άπειρης τάξης μπορούν να επιλυθούν σε οποιοδήποτε επίπεδο ακρίβειας μέσω μίας διαδικασίας κοψίματος όρων ή εφαρμόζοντας μία αναλυτική τεχνική η οποία βασίζεται στη μέθοδο πεπερασμένων συνεχών κλασμάτων. Συμπεριλαμβάνονται επίσης σχέσεις για την προσέγγιση του απομακρυσμένου πεδίου και του τανυστή μαγνητικής πόλωσης. Σε επίπεδο αριθμητικής επεξεργασίας, παρουσιάζονται προσομοιώσεις του πλήρους προβλήματος σε ποικίλες περιπτώσεις, εφαρμόζοντας τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων.



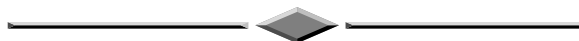
32. P. Vafeas, “**Low-frequency electromagnetic scattering by a metal torus in a lossless medium with magnetic dipolar illumination**”, *Mathematical Methods in the Applied Sciences (Math. Methods Appl. Sci.)*, **39**, 4268-4292 (2016).

Η παρούσα συμβολή αφορά στην αναλυτική παρουσίαση των ηλεκτρομαγνητικών πεδίων χαμηλών συχνοτήτων, τα οποία σκεδάζονται από έναν υψηλά αγωγίμο δακτυλιοειδή τόρο, ο οποίος βρίσκεται μέσα σε ένα μέσο χωρίς απώλειες και αλληλεπιδρά με ένα χρονικά αρμονικό μαγνητικό δίπολο αυθαίρετης διεύθυνσης στις τρεις διαστάσεις, τοποθετημένο στο γύρω περιβάλλον. Εκεί, το συγκεκριμένο 3-D πρόβλημα συνοριακών τιμών σκέδασης μοντελοποιείται σύμφωνα με το στερεό αδιαπέραστο τοροειδές σώμα, όπου η τοροειδής γεωμετρία ταιριάζει απόλυτα. Τα προσπίπτοντα, σκεδασμένα και ολικά μη αξονοσυμμετρικά μαγνητικά και ηλεκτρικά πεδία αναπτύσσονται σε όρους θετικών δυνάμεων του πραγματικού κυματικού αριθμού του εξωτερικού μέσου στο εύρος χαμηλών συχνοτήτων, όπου η στατική προσέγγιση Rayleigh και οι πρώτοι τρεις δυναμικοί όροι προσφέρουν το πιο σημαντικό μέρος της λύσης, καθώς όλοι οι επιπλέον όροι συνεισφέρουν ελάχιστα και, άρα, αγνοούνται. Συνεπώς, το τυπικό φυσικό πρόβλημα τύπου Maxwell μετατρέπεται σε εμπλεκόμενα μεταξύ τους δυναμικά προβλήματα συνοριακών τιμών τύπου Laplace ή Poisson με τις κατάλληλες συνθήκες πάνω στην μεταλλική επιφάνεια του τόρου. Τα πεδία ενδιαφέροντος υιοθετούν αναπαραστάσεις μέσω αναπτυγμάτων απειροσειρών σε όρους κλασσικών τοροειδών ιδιοσυναρτήσεων, καταλήγοντας με αυτόν τον τρόπο σε κλειστής μορφής αναλυτικές λύσεις σε συμπαγή μορφή. Αν και η συγκεκριμένη μαθηματική διαδικασία οδηγεί σε άπειρης τάξης γραμμικά συστήματα για κάθε περίπτωση, αυτά τα συστήματα μπορούν να λυθούν άμεσα και προσεγγιστικά έως ένα δεδομένο επίπεδο επιθυμητής ακρίβειας, χρησιμοποιώντας τεχνικές κοψίματος όρων.



33. D.K. Logothetis, P.K. Papadopoulos, P. Svarnas & P. Vafeas, “**Numerical simulation of the interaction between helium jet flow and an atmospheric-pressure “plasma jet”**”, *Computers & Fluids (Comput. Fluids)*, **140**, 11-18 (2016).

Σε αυτή την εργασία μελετάμε την αλληλεπίδραση ενός “τζετ πλάσματος” σε ατμοσφαιρικό αέρα με την υδροδυναμική ροή του εμπλεκόμενου αερίου. Η μελέτη βασίζεται στη σύγκριση μεταξύ των αποτελεσμάτων της αριθμητικής προσομοίωσης και των πειραματικών δεδομένων από τη βιβλιογραφία. Θεωρούμε τριών ειδών αντιδραστήρες πλάσματος, χρησιμοποιώντας ένα απλό μοντέλο που επικεντρώνεται στη βαρύτητα και τη σημασία της ηλεκτρο-υδροδυναμικής δύναμης. Ο στόχος μας έγκειται στην αξιολόγηση της ικανότητας του συγκεκριμένου μοντέλου να δώσει ικανοποιητικά αποτελέσματα σχετικά με την αλληλεπίδραση μεταξύ του “τζετ πλάσματος” και του αερίου που χρησιμοποιείται για διάφορες μορφές αντιδραστήρα. Επίσης, επιδιώκουμε να βρούμε πιθανές συσχετίσεις μεταξύ των κυρίων παραμέτρων του συστήματος, οι οποίες μπορεί να φανούν χρήσιμες στην ανάπτυξη του θεωρητικού μοντέλου και στην βελτιστοποίηση του σχεδιασμού του αντιδραστήρα. Στην ανάπτυξη του παρόντος μοντέλου έχει θεωρηθεί ότι η τοπική ηλεκτρο-υδροδυναμική δύναμη μπορεί να εκφραστεί μέσω του γινομένου ενός σταθερού κινητήριου όρου, ο οποίος εξαρτάται από τις ρυθμίσεις και τις παραμέτρους του πλάσματος, με την τοπική συγκέντρωση του χρησιμοποιούμενου αερίου, η οποία εκφράζει την εξάρτηση του ρυθμού ιονισμού από τη συγκέντρωση αερίου. Τα αποτελέσματα της προσομοίωσης αποκαλύπτουν ότι το σταθερό κινητήριο μέρος είναι ανεξάρτητο της ρυθμού παροχής και αντιστρόφως ανάλογο της διαμέτρου του διηλεκτρικού αγωγού του αντιδραστήρα πλάσματος.



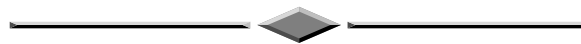
34. J.C.-E. Sten, G. Fragoyiannis, P. Vafeas, P. Koivisto & G. Dassios, “**Theoretical development of elliptic cross-sectional hyperboloidal harmonics and their application to electrostatics**”, *Journal of Mathematical Physics (J. Math. Phys.)*, **58** (053505), 1-19 (2017).

Ο αναλυτικός υπολογισμός ηλεκτρικών και μαγνητικών πεδίων κοντά σε γωνίες και άκρες είναι σημαντικός σε πολλές εφαρμογές σχετιζόμενες με την επιστήμη και τη μηχανική. Παρόλα αυτά, τέτοιες πολύπλοκες περιπτώσεις, λόγω της συσσώρευσης φορτίων, είναι δύσκολο να αντιμετωπισθούν, αφού αναπαριστούν ιδιομορφίες. Με σκοπό να μοντελοποιήσουμε τη συγκεκριμένη ιδιόμορφη συμπεριφορά, εισάγουμε μία νέα μέθοδο, η οποία σχετίζεται με τη γεωμετρία και την ανάλυση του ελλειψοειδούς συστήματος συντεταγμένων. Πράγματι, υιοθετώντας τα πλεονεκτήματα των αντίστοιχων συντεταγμένων επιφανειών, χρησιμοποιούμε έναν γενικευμένο μη κυκλικό διπλό κώνο, ο οποίος προκύπτει ασυμπτωτικά από το αντίστοιχο δίχωνο υπερβολοειδές με ελλειπτική διατομή, η οποία ανάλυση ταιριάζει σχεδόν τέλεια στη συγκεκριμένη φυσική και ανταποκρίνεται πλήρως στα χαρακτηριστικά της τρισδιάστατης γεωμετρίας του προβλήματος. Συνεπώς, η αναλυτική μας τεχνική εισάγει το ελλειψοειδές σύστημα συντεταγμένων και υιοθετεί τις ελλειψοειδείς συναρτήσεις (λύσεις της γνωστής εξίσωσης του Lamé) έτσι ώστε να κατασκευάσουμε ένα νέο σύνολο των λεγόμενων υπερβολοειδών αρμονικών συναρτήσεων ελλειπτικής διατομής, εφοδιασμένο με τους απαραίτητους κανόνες ορθογωνιότητας πάνω σε κάθε σταθερή συντεταγμένη επιφάνεια. Αρχικά, συγκεντρώνοντας τα κύρια αποτελέσματα του εν λόγω συστήματος συντεταγμένων και τις σχετιζόμενες συναρτήσεις δυναμικών, συμπεριλαμβανομένων και των απαραίτητων κανόνων ορθογωνιότητας, εφαρμόζουμε τη μέθοδό μας στην επίλυση δύο προβλημάτων συνοριακών τιμών στην ηλεκτροστατική. Και τα δύο προβλήματα αναφέρονται σε εκείνη την περίπτωση ενός αδιαπέραστου δίχωνου υπερβολοειδούς ελλειπτικής διατομής και της οριακής του περίπτωσης του διπλού κώνου, το μεν πρώτο να είναι φορτισμένο, το δε δεύτερο να σκεδάζει ένα επίπεδο κύμα. Παράγουμε εκφράσεις σε κλειστή μορφή για τα σχετιζόμενα πεδία, ενώ οι ήδη γνωστές μορφές από τη βιβλιογραφία ανακτώνται για ειδικές περιπτώσεις, ακολουθούμενα όλα τα αποτελέσματα από την απαραίτητη αριθμητική επεξεργασία.



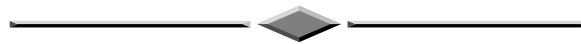
35. P. Vafeas, “**Revisiting the low-frequency dipolar perturbation by an impenetrable ellipsoid in a conductive surrounding**”, *Mathematical Problems in Engineering (Math. Probl. Eng.)*, **2017 (9420658)**, 1-16 (2017).

Πραγματικές φυσικές εφαρμογές που αφορούν σε υπόγειες ανιχνεύσεις ή διαφορετικού είδους αναγνωρίσεις ογκωδών αντικειμένων απαιτούν ισχυρά αναλυτικά εργαλεία για τον υπολογισμό των πεδίων σε επίπεδο μοντελοποίησης και αριθμητικής επίλυσης. Η συγκεκριμένη συνεισφορά ασχολείται με τη σκέδαση από ένα μεταλλικό ελλειψοειδές αντικείμενο, το οποίο θεωρείται ότι βρίσκεται μέσα σε ένα ομογενές αγώγιμο μέσο και διεγείρεται από ένα 3-D χρονικά αρμονικό μαγνητικό δίπολο, τοποθετημένο σε γνωστή κοντινή θέση. Τα προσπίπτοντα, τα σκεδασμένα και τα ολικά τρισδιάστατα ηλεκτρομαγνητικά πεδία, τα οποία ικανοποιούν τις γνωστές εξισώσεις του Maxwell, αναπτύσσονται σε όρους χαμηλών συχνοτήτων, δηλαδή θετικών δυνάμεων του μιγαδικού κυματικού αριθμού του εξωτερικού μέσου. Διατηρούμε τους πιο σημαντικούς όρους των αναπτυγμάτων, οι οποίοι είναι ο στατικός όρος Rayleigh και οι τρεις πρώτοι δυναμικοί όροι, ενώ οι επιπλέον όροι αμελούνται, εφόσον η συνεισφορά τους είναι πολύ μικρή. Το πρόβλημα τύπου Maxwell μετατρέπεται σε αλληλοσυνδεδεμένα δυναμικά προβλήματα συννοριακών τιμών τύπου Laplace ή Poisson με συννοριακές συνθήκες μη διαπερατότητας. Από την άλλη μεριά, το είδος ενός αυθεντικού ελλειψοειδούς συστήματος συντεταγμένων προσφέρει το κατάλληλο περιβάλλον για την αντιμετώπιση τέτοιου είδους προβλημάτων στον ανισότροπο χώρο. Τα πεδία αναπαριστώνται μέσω μη αξονοσυμμετρικών αναπτυγμάτων σε άπειρες σειρές σε όρους ελλειψοειδών αρμονικών ιδιοσυναρτήσεων, οδηγώντας σε αναλυτικές λύσεις κλειστής και συμπαγούς μορφής. Μέχρι και σήμερα, τέτοια προβλήματα έχουν αντιμετωπισθεί με τη χρήση μερικών ελλειψοειδών αρμονικών συναρτήσεων, οι οποίες έχουν κλειστή αναλυτική μορφή. Στο παρόν άρθρο, αναφερόμαστε σε αυτό το θέμα, εισάγοντας τα πλήρη αναπτύγματα των αντίστοιχων σειρών για τα δυναμικά και χρησιμοποιώντας τον πλήρη υπόχωρο των ελλειψοειδών αρμονικών ιδιοσυναρτήσεων. Με αυτό τον τρόπο, είναι εφικτό να εφαρμοσθεί οποιαδήποτε υπολογιστική τεχνική για τον αριθμητικό υπολογισμό των πεδίων μέχρι και υψηλού βαθμού αρμονικών συναρτήσεων, εξαρτώμενα από την επιθυμητή ακρίβεια σύγκλισης των εμπλεκόμενων σειρών των δυναμικών.



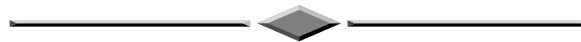
36. P. Vafeas, “**On the integro-differential general solution for the unsteady micropolar Stokes flow of a conducting ferrofluid**”, *Quarterly of Applied Mathematics (Quart. Appl. Math.)*, **76**, 19-37 (2018).

Στη συγκεκριμένη εργασία ερευνάται η τρισδιάστατη (3-D) μη μόνιμη έρπουσα κίνηση, που αντιστοιχεί στη ροή Stokes, ενός μη αγωγίμου κολλοειδούς αιωρήματος από φερρομαγνητικά σωματίδια, τα οποία βρίσκονται μέσα σε ένα κατά τα άλλα ηλεκτρικώς αγωγίμο, ιζώδες και ασυμπίεστο, υγρό φορέα. Αυτή η ομάδα μαγνητικών και αγωγίμων ρευστών περιλαμβάνει μία νέα κλάση μηχανικών υλικών που αντιδρούν στην παρουσία ενός γενικού, εξωτερικά επιβαλλόμενου, μαγνητικού πεδίου, το οποίο προσανατολίζεται αυθαίρετα στο τρισδιάστατο χωρίο πρακτικού ενδιαφέροντος. Εις τούτο, δημιουργείται ένα αμελητέο επαγόμενο πεδίο, ενώ το ενεργό ιζώδες του ρευστού αυξάνεται και εμφανίζεται μία επιπρόσθετη μαγνητική πίεση. Με σκοπό την συμβατότητα με τις αρχές της φερροϋδροδυναμικής και μαγνητοϋδροδυναμικής, συμπεριλαμβάνουμε τη μαγνήτιση και την ηλεκτρική αγωγιμότητα του μαγνητικού ρευστού, αντίστοιχα μέσα στις βασικές μερικές διαφορικές εξισώσεις του δεδομένου φυσικού συστήματος. Εισάγοντας τη θεωρία αναπαραστάσεων μέσω δυναμικών, κατασκευάζουμε μία νέα ολοκληρο-διαφορική γενική λύση για την συγκεκριμένη περίπτωση υπό έρευνα, η οποία προσφέρει τα χρονικά εξαρτώμενα πεδία ταχύτητας και πίεσης σε 3-D χωρική κλειστή μορφή και σε όρους εύκολα υπολογιζόμενων δυναμικών, μέσω μίας ημιαναλυτικής μορφής. Η γενικευμένη αναπαράσταση αποδεικνύεται ότι είναι πλήρης, ενώ δύναται να χρησιμοποιηθεί σε κάθε μη αξονοσυμμετρική γεωμετρία. Επιδεικνύουμε την εφαρμοσιμότητα της αναλυτικής μας λύσης, εισάγοντας μία βασική εκφυλισμένη περίπτωση της προαναφερθείσας μεθόδου με σκοπό να προσομοιώσουμε την χρονικά εξαρτώμενη έρπουσα ροή ενός μαγνητικού ρευστού με αγωγίμες ιδιότητες μέσα σε κυκλικό αγωγό.



37. M. Doschoris, P. Vafeas & G. Fragoiannis “**The influence of surface deformations on the forward magnetoencephalographic problem**”, *SIAM Journal on Applied Mathematics (SIAM J. Appl. Math.)*, **78**, 963-976 (2018).

Αναπτύσσουμε ένα μοντέλο διαταραχής το οποίο προσφέρει μοναδικά ξεχωριστές και αριθμητικά αποτελεσματικές λύσεις για το ευθύ πρόβλημα της μαγνητοεγκεφαλογραφίας, δηλαδή υπολογίζουμε τα εξωτερικά μαγνητικά πεδία για δεδομένες νευρικές πηγές. Ο σκοπός της συγκεκριμένης μελέτης είναι η μελέτη της ευαισθησίας των αντίστοιχων μετρήσεων σε παραμορφώσεις που υπόκειται η επιφάνεια του αγωγού. Αυτές οι γεωμετρικές μεταβολές αναπαριστούν ανωμαλίες στη σχηματική μορφή του κεφαλιού και αντιστοιχούν σε δύο βασικές περιπτώσεις: (1) Τοπικούς επίκτητους τραυματισμούς του κρανίου που έχουν προκληθεί από εξωτερικές δυνάμεις; (2) Κρανιοπροσωπικές μεταβολές οφειλόμενες σε φυσικούς μηχανισμούς ή ελαττώματα. Η μεθοδολογία που παρουσιάζεται έχει τα παρακάτω πλεονεκτήματα. Πρώτον, υποστηρίζει τη χρήση ειδικά κατασκευασμένων συναρτήσεων, οι οποίες μεμονωμένα περιγράφουν τις προαναφερθείσες παραμορφώσεις. Δεύτερον, επιτρέπει γρήγορο υπολογισμό του ευθέως προβλήματος για επιφανειακή εγκεφαλική δραστηριότητα, όπου παρόμοιες αριθμητικές μέθοδοι επιφέρουν μεγάλα σφάλματα. Τα αποτελέσματά μας υποδεικνύουν ότι οι επιφανειακές παραμορφώσεις θα μπορούσαν να έχουν έναν εξέχον αντίκτυπο στις μαγνητοεγκεφαλικές μετρήσεις υπό την προϋπόθεση ότι η νευρική εγκεφαλική δραστηριότητα βρίσκεται κάτω από την παραμορφωμένη περιοχή, καθώς επίσης και σε όλη την έκταση της ίδιας της παραμόρφωσης. Σε περιπτώσεις όπου αυτές οι επιφανειακές παραμορφώσεις δεν λαμβάνονται υπόψη, το διαπραττόμενο σφάλμα, το ποιο ποικίλει μεταξύ 5 έως 25 τοις εκατό, είναι ανάλογο της απόστασης.



38. P. Vafeas, “**Dipolar excitation of a perfectly electrically conducting spheroid in a lossless medium at the low-frequency regime**”, *Advances in Mathematical Physics (Adv. Math. Phys.)*, **2018 (9587972)**, 1-20 (2018).

Σε αυτή την εργασία διερευνώνται τα ηλεκτρομαγνητικά διανυσματικά πεδία, τα οποία σκεδάζονται από ένα υψηλά αγώγιμο σφαιροειδές, το οποίο βρίσκεται μέσα σε ένα μέσο χωρίς απώλειες. Μία αρμονική στο χρόνο μαγνητική διπολική πηγή, η οποία λειτουργεί σε χαμηλές συχνότητες και έχει αυθαίρετο προσανατολισμό, αποτελεί το προσπίπτον γνωστό πεδίο. Η κύρια ιδέα έγκειται στο να βρεθεί μία αναλυτική λύση του συγκεκριμένου προβλήματος σκέδασης, χρησιμοποιώντας κατάλληλο σφαιροειδές σύστημα συντεταγμένων, έτσι ώστε η αριθμητική επίλυση του αντίστροφου προβλήματος σκέδασης να είναι εφικτή και γρήγορη. Υπό αυτό το πρίσμα, τα προσπίπτοντα, τα σκεδασμένα και, συνεπώς, τα ολικά πεδία αναπτύσσονται σύμφωνα με τη θεωρία χαμηλών συχνοτήτων σε όρους δυνάμεων του κυματικού αριθμού του εξωτερικού μέσου. Τότε, το πρόβλημα τύπου Maxwell μετασχηματίζεται σε αλληλοεξαρτώμενες εξισώσεις Laplace ή Poisson, συνοδευόμενες από τις συνοριακές συνθήκες τέλει αγωγιμότητας στην επιφάνεια του σώματος και την απαραίτητη οριακή συμπεριφορά στο άπειρο. Η στατική προσέγγιση και οι τρεις πρώτοι δυναμικοί όροι είναι ικανοποιητικοί για την παρούσα μελέτη, καθώς οι όροι μεγαλύτερης τάξης αμελούνται στην περίπτωσή μας. Συνεπώς, τα 3-D πρόβλημα συνοριακών τιμών σκέδασης λύνονται σταδιακά, όπου ο καθορισμός των αγνώστων σταθερών συντελεστών οδηγεί είτε σε κλειστές εκφράσεις, είτε σε γραμμικά αλγεβρικά συστήματα άπειρης τάξης, τα οποία λύνονται με τεχνικές απαλοιφής. Τα μη αξονοσυμμετρικά σκεδασμένα μαγνητικά και ηλεκτρικά πεδία υπολογίζονται σε κλειστή και συμπαγή αναλυτική μορφή μέσω απείρων σειρών σε όρους σφαιροειδών αρμονικών ιδιοσυναρτήσεων. Σκοπεύοντας να δείξουμε την αποτελεσματικότητα της αναλυτικής μας προσέγγισης, τα αποτελέσματα εκφυλίζονται στην περίπτωση του σφαιρικού προτύπου, όπου και επαληθεύεται η προσέγγισή μας.



39. K. Gazeli, P. Svarnas, P. Vafeas, P.K. Papadopoulos, A. Gkelios & F. Clément, **“Investigation on streamers propagating into a helium jet in air at atmospheric pressure: Electrical and optical emission analysis”**, *Journal of Applied Physics (J. Appl. Phys.)*, **124 (064902)**, 1-13 (2018).

Στην παρούσα εργασία, μία τριχοειδής αποφραγμένη διηλεκτρική εκκένωση, ομοαξονικής διαμόρφωσης ηλεκτροδίου, που συνήθως χρησιμοποιείται στην παραγωγή ψυχρού πλάσματος σε ατμοσφαιρική πίεση, μελετάται από άποψη θερμικών αποτελεσμάτων. Η αποφόρτιση οδηγείται από ημιτονοειδή υψηλή τάση στην περιοχή των kHz και λειτουργεί με αέριο ηλίου διοχετευόμενο σε τριχοειδή διηλεκτρικό σωλήνα που έχει ένα άκρο ανοικτό στον ατμοσφαιρικό αέρα. Το εύρος και η συχνότητα τάσης, ο ρυθμός ροής αερίου και ο όγκος εκκένωσης ποικίλουν ανεξάρτητα και οι θερμικές επιδράσεις διερευνώνται με πειραματικά αποτελέσματα σε συνδυασμό με αριθμητικά δεδομένα. Τα πειράματα αφορούν την ηλεκτρική ισχύ και τις μετρήσεις θερμοκρασίας που επιλύονται με το χρόνο και τη φασματοσκοπία εκπομπής οπτικών ινών υψηλής ανάλυσης. Η αριθμητική μοντελοποίηση ενσωματώνει ένα μοντέλο ηλεκτρο-υδροδυναμικής δύναμης στις εξισώσεις που διέπουν το πρόβλημα, ώστε να λαμβάνει υπόψη την αλληλεπίδραση ηλίου-αέρα και χρησιμοποιεί ανάλυση συσσωρευμένης μεταφοράς θερμότητας. Η σύγκριση μεταξύ πειραματικών και αριθμητικών δεδομένων δείχνει ότι η ισχύς καταναλώνεται κυρίως στο διηλεκτρικό φράγμα και στις αντιδράσεις της αερίου φάσης. Μία γραμμική σχέση μεταξύ των θερμοκρασιών σταθερής κατάστασης και της παρεχόμενης ισχύος, ανεξάρτητα από τις συνθήκες σχεδίασης και λειτουργίας, δημιουργείται πειραματικά. Ωστόσο, ο ρυθμός ροής του αερίου επηρεάζει διαφορετικά τις θερμικές επιδράσεις σε σύγκριση με τις άλλες παραμέτρους, υποστηρίζοντας την ιδέα μίας διπλής φύσης αυτών των συστημάτων, δηλαδή ηλεκτρικής και υδροδυναμικής. Ο κύριος ισχυρισμός δηλώνει τη δυνατότητα συσχέτισης των παραμέτρων σχεδιασμού και λειτουργίας για την αξιολόγηση της κατανομής θερμότητας και των τάσεων της θερμοκρασίας αερίου στις απολήξεις τριχοειδών διηλεκτρικών εκκενώσεων που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή τζετ πλάσματος. Αυτό έχει μεγάλη σημασία για την επεξεργασία υλικών ευαίσθητων στη θερμοκρασία, συμπεριλαμβανομένων και βιολογικών δειγμάτων.



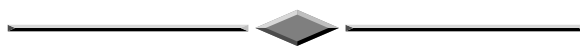
40. P. Vafeas, A. Skarlatos, T. Theodoulidis & D. Lesselier, “**Semi-analytical method for the identification of inclusions by air-cored coil interaction in ferromagnetic media**”, *Mathematical Methods in the Applied Sciences (Math. Methods Appl. Sci.)*, **41**, 6422-6442 (2018).

Σε αυτή την εργασία ερευνώνται τα μαγνητοστατικά αρμονικά πεδία που σκεδάζονται από μία ρωγμή τυχαίου σχηματισμού κοντά στην επιφάνεια ενός αγωγίμου φερρομαγνητικού υλικού και διεγείρεται από ένα πηνίο μεταφοράς ρεύματος. Το πεδίο σκέδασης χωρίζεται σε ομογενή χωρία, υποθέτοντας συνοριακή συνθήκη τέλειου μαγνήτη αρκετά μακριά από την πηγή. Η προτεινόμενη μεθοδολογία εισάγει την πλήρη ζεύξη των δύο διεπιφανειών, δηλαδή του επιπέδου που διαχωρίζει το χώρο του φερρομαγνητικού υλικού από το περιβάλλον αέρα και της τυχαίας επιφάνειας μεταξύ του εγκλεισμού και του υλικού. Εκεί εφαρμόζονται συνθήκες συνέχειας με την αυστηρή έννοια, ενώ λαμβάνεται υπόψη η αναμενόμενη συμπεριφορά των πεδίων ως ανερχόμενα ή κατερχόμενα. Τα δυναμικά που σχετίζονται με το φερρομαγνητικό υλικό εκφράζονται μέσω κυλινδρικών αρμονικών ιδιοσυναρτήσεων, ενώ εκείνα που σχετίζονται με τη ρωγμή υποθέτουν ένα φορμαλισμό γενικευμένου τύπου. Παρόλα αυτά, εφόσον οι συνθήκες διαπερατότητας περιέχουν δυναμικά με διαφορετικές ιδιοσυναρτήσεις, βρίσκουμε τύπους σύνδεσης από τις κυλινδρικές ιδιοσυναρτήσεις στις αντίστοιχες γενικευμένες συναρτήσεις και αντίστροφα, λαμβάνοντας εύχρηστες σχέσεις σε όρους απλών ολοκληρωμάτων, όπου τότε η ορθογωνιότητα είναι εφικτή μεταξύ πεδίων ανεπτυγμένων στο ίδιο σύνολο ιδιοσυναρτήσεων. Τότε, ο υπολογισμός των ακριβών λύσεων οδηγεί σε άπειρα γραμμικά αλγεβρικά συστήματα, τα οποία επιλύονται με κλασσικές τεχνικές αποκοπής όρων. Συνεπώς, υπολογίζουμε τα εμπλεκόμενα πεδία σε γενική αναλυτική κλειστή μορφή, ανεξάρτητα από τη γεωμετρία της ανωμαλίας του υλικού. Στη συνέχεια, επιδεικνύουμε την αποτελεσματικότητα της αναλυτικής μας μεθόδου, θεωρώντας την εκφυλισμένη περίπτωση μίας σφαιρικής ρωγμής, όπου η αριθμητική επίλυση του προβλήματος επιβεβαιώνει ικανοποιητικά τη μέθοδό μας. Ο υπολογισμός είναι πολύ γρήγορος, καθιστώντας τα αποτελέσματά μας ιδανικά για χρήση παραμετρικών αλγορίθμων αντιστροφής.



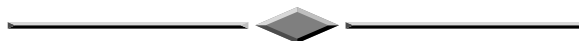
41. G. Gavriil, P. Vafeas, A. Kanavouras & F.A. Coutelieris, “**Validation method for the systematization of results based on a similarity concept**”, *Mathematical Methods in the Applied Sciences (Math. Methods Appl. Sci.)*, **42**, 656-666 (2019).

Στην εργασία αυτή παρουσιάζεται η ανάπτυξη μίας λειτουργικής και μεθοδολογικής προσέγγισης, προκειμένου να αποσαφηνιστεί ένας γενικός έγκυρος τρόπος αξιολόγησης της ακρίβειας της μαθηματικής μοντελοποίησης φυσικών και / ή χημικών διεργασιών. Ξεκινώντας από την περιγραφή του συστήματος, διερευνάται ένα φαινόμενο που συνοδεύεται από μία υποτιθέμενη υπόθεση, κατά της οποίας η γνώση συσσωρεύεται με το χρόνο. Επιπλέον, εισάγεται η πιθανότητα να διακοπεί η εξέλιξη οποιουδήποτε φαινομένου, όταν μία παράμετρος ξεπεράσει ένα κρίσιμο όριο, όπου στη συνέχεια η υπόθεση δεν είναι πλέον έγκυρη. Αυτή η δυνατότητα πρέπει να επιτυγχάνεται μέσω της εξάρτησης μίας επιλεγμένης μακροσκοπικής ποσότητας (δείκτης) από τη συγκεκριμένη παράμετρο. Εφαρμόζουμε τη συγκεκριμένη μεθοδολογία στο πρόβλημα της ροής Stokes μέσω ενός πορώδους μέσου σφαιροειδών κόκκων, όπου έχει επιλεγεί ως ενδεικτική περίπτωση μελέτης. Μελετάται η επιμήκης σφαιροειδής γεωμετρία, αφού τα αποτελέσματα για το πεπλατυσμένο σφαιροειδές μπορούν να ανακτηθούν μέσω ενός απλού μετασχηματισμού. Τα τρισδιάστατα πεδία ροής αρχικά κατασκευάζονται αναλυτικά μέσω της διαφορικής αναπαράστασης Parkovich - Neuber, η οποία παρέχει τα πεδία ταχύτητας και πίεσης μέσω αρμονικών σφαιροειδών ιδιοσυναρτήσεων. Στη συνέχεια, υπό το πρίσμα του 2-D σφαιροειδούς μοναδιαίου κελιού τύπου Kuwabara, οι παραπάνω εκφράσεις εκφυλίζονται στην άξονοσυμμετρική περίπτωση και στη συνέχεια λαμβάνεται η πλήρης λύση διατηρώντας τους κύριους όρους της σειράς, οι οποίοι είναι αρκετοί για τις περισσότερες εφαρμογές στη μηχανική για συγκεκριμένο λόγο κυρίων διαστάσεων των σφαιροειδών σωματιδίων. Στη συνέχεια, το προαναφερθέν πρόβλημα επιλύεται αριθμητικά για μία 3-D επέκταση του ίδιου μοντέλου, όπου η αριθμητική λύση έχει επιτευχθεί με τη χρήση της Μεθόδου Πεπερασμένων Όγκων (FVM), ενώ τα προκύπτοντα γραμμικά συστήματα προσεγγίστηκαν εφαρμόζοντας τη γνωστή Επιτυχημένη Υπέρ - Χαλαρωτική (SOR) έννοια. Τέλος, τα αποτελέσματα από τα δύο μοντέλα έχουν συγκριθεί μέσω της παραπάνω μεθοδολογίας, έχοντας ως αποτέλεσμα αντικειμενικά και αξιόπιστα κριτήρια.



42. P. Papadopoulos, D. Athanasopoulos, K. Sklias, P. Svarnas, N. Mourousias, K. Vratsinis & P. Vafeas, “**Generic residual charge based model for the interpretation of the electrohydrodynamic effects in cold atmospheric pressure plasmas**”, *Plasma Sources Science and Technology (Plasma Sources Sci. Technol.)*, **28 (065005)**, 1-17 (2019).

Στο ψυχρό πλάσμα ατμοσφαιρικής πίεσης (CAPPs), το υπολειπόμενο φορτίο που υπάρχει στα ίχνη των ρευμάτων διαδραματίζει σημαντικό ρόλο στην επιτάχυνση του ενεργού αερίου. Η συγκεκριμένη εργασία παρουσιάζει ένα μοντέλο που συνδέει την τάση της καθαρής πυκνότητας ιοντικού φορτίου, υπό την επίδραση του τοπικού ηλεκτρικού πεδίου, με την αύξηση της ορμής του αερίου. Στο μοντέλο, τα ιόντα και τα ουδέτερα φορτία θεωρούνται ότι βρίσκονται σε ξεχωριστές φάσεις και οι εξισώσεις διατήρησης για τις δύο φάσεις συνδέονται μέσω της ιοντικής πίεσης. Η υπολειπόμενη πυκνότητα φορτίου προσδιορίζεται ποσοτικά μέσω μίας προσεγγιστικής μεθόδου, η οποία θεωρεί ότι φαινόμενο του ρεύματος είναι “στιγμιαίο”, προκειμένου να αποφευχθεί το υπερβολικό υπολογιστικό κόστος για την επίλυση της διάδοσης κάθε ρεύματος. Για την επιβεβαίωση του μοντέλου υπολειπόμενου φορτίου με την προσέγγιση “στιγμιαίας” ροής, γίνονται συγκρίσεις με πειραματικά δεδομένα από τρεις αντιδραστήρες πλάσματος τζετ. Η διαμόρφωση ηλεκτροδίων των αντιδραστήρων και οι ποικίλες παράμετροι (εφαρμοζόμενη τάση, ρυθμός ροής αερίου) επιλέγονται έτσι ώστε να καλύπτουν ένα ευρύ φάσμα διαφορετικών περιπτώσεων, προκειμένου να εκτιμηθεί η γενικότητα του μοντέλου. Οι συγκρίσεις αφορούν τη ροή του αερίου και τα ορατά μοτίβα πλάσματος. Βρέθηκε ότι οι αριθμητικά προσομοιωμένες δομές ροής είναι σύμφωνες με τις αντίστοιχες εικόνες schlieren και ότι η πυκνότητα υπολειπόμενου φορτίου είναι ένας ικανοποιητικός δείκτης του ορατού καναλιού πλάσματος.



43. P. Vafeas, P. Bakalis & P.K. Papadopoulos, “**Effect of the magnetic field on the ferrofluid flow in a curved cylindrical annular duct**”, *Physics of Fluids (Phys. Fluids)*, **31** (117105), 1-15 (2019).

Η στρωτή πλήρως ανεπτυγμένη φερροϋδροδυναμική ροή ενός μαγνητικού ρευστού μέσα σε ένα καμπύλο δακτυλιοειδή αγωγό κυκλικής διατομής, υπό την επίδραση ενός εγκάρσιου εξωτερικού μαγνητικού πεδίου, μελετάται στην παρούσα εργασία. Η συγκεκριμένη γεωμετρία επιλέγεται καθώς εμφανίζεται σε εναλλάκτες θερμότητας και αναμίκτες όπου το συμπαγές είναι προτεραιότητα. Τα αποτελέσματα λαμβάνονται για διαφορετικές τιμές καμπυλότητας, έντασης πεδίου και ογκομετρικής συγκέντρωσης σωματιδίων. Χρησιμοποιείται ένας υπολογιστικός αλγόριθμος που συνδυάζει τις εξισώσεις συνέχειας, Navier-Stokes και μαγνήτισης, χρησιμοποιώντας ένα μη ομοιόμορφο πλέγμα. Η σύζευξη ταχύτητας - πίεσης επιτυγχάνεται με τη χρήση της αποκαλούμενης Continuity-Vorticity-Pressure (C.V.P.) μεταβαλλόμενων εξισώσεων μεθόδου, προσαρμοσμένη στο τοροειδές σύστημα συντεταγμένων. Τα αποτελέσματα επιβεβαιώνουν την ικανότητα της μεθόδου να παράγει ακριβή αποτελέσματα στις καμπυλόγραμμες συντεταγμένες και τα πολύπλοκα πλέγματα, που είναι σημαντικό για την εφαρμογή της μεθόδου στα γενικευμένα συστήματα συντεταγμένων. Αναφορικά με τα χαρακτηριστικά της συγκεκριμένης ροής, τα αποτελέσματα αποκαλύπτουν την επίδραση του μαγνητικού πεδίου στη ροή του φερρορευστού. Δείχνεται ότι η κατανομή αξονικής ταχύτητας επηρεάζεται σε μεγάλο βαθμό από την ένταση του πεδίου και την ογκομετρική συγκέντρωση, ότι η αξονική πτώση πίεσης εξαρτάται σχεδόν γραμμικά από την ισχύ του πεδίου και ότι παράγεται δευτερογενής ροή λόγω της συνδυασμένης επίδρασης του εξωτερικού μαγνητικού πεδίου και της καμπυλότητας. Η παρούσα ανάλυση παρέχει σημαντική ανάλυση της επίδρασης των τριών βασικών παραμέτρων, αποκαλύπτοντας περιπτώσεις όπου ένας ευθύγραμμος δακτυλιοειδής αγωγός μπορεί να είναι προτιμότερος από ένα κυρτό και συγκεκριμένα τμήματα του αγωγού που θα μπορούσαν να είναι ευαίσθητα σε αυξημένα φορτία, δίνοντας πληροφορίες που είναι κρίσιμες για σχεδιασμό και βελτιστοποίηση.



44. G. Fragoyiannis, F. Kariotou & P. Vafeas, “**On the avascular ellipsoidal tumour growth model within a nutritive environment**”, *European Journal of Applied Mathematics* (*Eur. J. Appl. Math.*), **31**, 111-142 (2020).

Η παρούσα εργασία αποτελεί μέρος μίας σειράς μελετών που διεξάγονται από τους συγγραφείς σχετικά με τα αναλυτικά μοντέλα της ανάπτυξης του αγγειακού όγκου που παρουσιάζουν τόσο γεωμετρική ανισοτροπία όσο και φυσική ανομοιογένεια. Συγκεκριμένα, θεωρούμε μία δομή όγκου που σχηματίζεται σε διαφορετικές ελλειψοειδείς περιοχές που καταλαμβάνονται από πληθυσμούς κυττάρων σε ένα ορισμένο στάδιο του βιολογικού τους κύκλου. Τα καρκινικά κύτταρα λαμβάνουν θρεπτικά συστατικά με διάχυση από μία ανομοιογενή παροχή και υπόκεινται σε ένα επίσης ανομοιογενές πεδίο πίεσης που επιβάλλεται από το μικρόκοσμο του όγκου. Αποδεικνύεται ότι η έλλειψη συμμετρίας συνδέεται στενά με μία ειδική κατάσταση που πρέπει να συγκρατεί μεταξύ των δεδομένων που επιβάλλονται από την περιστροφή του όγκου ώστε να είναι εφικτή η ελλειψοειδής ανάπτυξη, ένα χαρακτηριστικό που υπάρχει ήδη σε άλλα μη συμμετρικά, όμως περισσότερο εκφυλισμένα μοντέλα. Η συγκέντρωση της θρεπτικής ουσίας και του αναστολέα, καθώς και το πεδίο πίεσης παρέχονται με αναλυτικό τρόπο μέσω λύσεων σειράς κλειστής μορφής σε όρους ελλειψοειδών ιδιοσυναρτήσεων, ενώ η συμπεριφορά τους αποδεικνύεται μέσα από ενδεικτικά διαγράμματα. Η εξίσωση εξέλιξης όλων των ελλειψοειδών διεπιφανειών του όγκου υπολογίζεται σε ελλειψοειδείς συντεταγμένες και παρέχεται η αριθμητική επεξεργασία της λύσης της. Από μαθηματική άποψη, το ελλειψοειδές σύστημα είναι το πιο γενικό σύστημα συντεταγμένων στο οποίο ο τελεστής του Laplace, που κυριαρχεί στα μαθηματικά μοντέλα της αγγειακής ανάπτυξης, υπόκειται φασματική αποσύνθεση. Επομένως, θεωρούμε το ελλειψοειδές μοντέλο που παρουσιάζεται σε αυτή την εργασία, ως το πιο γενικό αναλυτικό μοντέλο που περιγράφει την ανάπτυξη του όγκου σε ένα ανομοιογενές περιβάλλον. Επιπλέον, λόγω των εγγενών βαθμών ελευθερίας που κληρονομούνται στο μοντέλο από την ελλειψοειδή γεωμετρία, το ελλειψοειδές μοντέλο που παρουσιάζεται μπορεί να προσαρμοστεί σε μία πολύ μεγάλη κατηγορία φυσιολογικών όγκων, που ποικίλλουν σε σχήμα και σε προσανατολισμό.



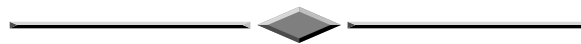
45. P. Vafeas, P.K. Papadopoulos, G.P. Vafakos, P. Svarnas & M. Doschoris, “**Modelling the electric field in reactors yielding cold atmospheric-pressure plasma jets**”, *Scientific Reports (Sci. Rep.)*, **10 (5694)**, 1-15 (2020).

Η συμπεριφορά του ηλεκτρικού πεδίου σε τζετ ψυχρού πλάσματος σε ατμοσφαιρική πίεση (CAPP jets) είναι σημαντική σε πολλές εφαρμογές που σχετίζονται με τη θεμελιώδη επιστήμη και τη μηχανική, καθώς παρέχει κρίσιμες πληροφορίες σχετικά με τα χαρακτηριστικά του πλάσματος. Για το σκοπό αυτό, η συγκεκριμένη μελέτη επικεντρώνεται στον αναλυτικό υπολογισμό του ηλεκτρικού πεδίου σε ένα τυποποιημένο σύστημα αντιδραστήρα πλάσματος (απουσία χωρικού φορτίου), λαμβάνοντας υπόψη τις δύο κύριες διαμορφώσεις, είτε ενός ηλεκτροδίου, είτε δύο ηλεκτροδίων γύρω από έναν διηλεκτρικό σωλήνα, όπου θεωρείται ότι δεν συμβάλλει στον υπολογισμό του πεδίου, γεγονός που αποτελεί υπόθεση για την τρέχουσα έρευνα. Η αναλυτική μας τεχνική χρησιμοποιεί την κυλινδρική γεωμετρία, προσαρμοσμένη σωστά στο σύστημα του τζετ πλάσματος, ενώ κατάλληλα επιλεγμένα χωρία διαχωρίζουν την περιοχή της ηλεκτρικής δραστηριότητας. Συνεπώς, προσαρμόζουμε την κλασική θεωρία δυναμικού του Maxwell για τον υπολογισμό του ηλεκτρικού πεδίου, όπου λύνονται τυποποιημένες εξισώσεις Laplace, συνοδευόμενες από τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες, καθώς και την οριακή συμπεριφορά στην έξοδο του ακροφυσίου του τζετ. Η θεωρητική προσέγγιση ταιριάζει με την αναμενόμενη φυσική και καταγράφει τα αντίστοιχα βασικά χαρακτηριστικά με έναν πλήρως τρισδιάστατο τρόπο μέσω της παραγωγής έκφρασης κλειστής μορφής για τα σχετικά ηλεκτροστατικά πεδία μέσω αναπτυγμάτων άπειρων σειρών σε κυλινδρικές αρμονικές ιδιοσυναρτήσεις. Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου μας και για τις δύο περιπτώσεις της περιγραφόμενης πειραματικής διάταξης αποδεικνύεται τελικά μέσω της απαραίτητης, αλλά και συνάμα, αποτελεσματικής αριθμητικής επεξεργασίας των παραγόμενων σχέσεων. Το αναλυτικό μοντέλο συγκρίνεται με τα αναφερόμενα αριθμητικά αποτελέσματα, ενώ οι διαφορές σχολιάζονται και συζητούνται μελλοντικές δουλειές.



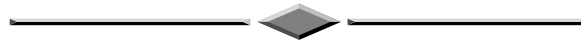
46. P. Vafeas, “**Low-frequency dipolar electromagnetic scattering by a solid ellipsoid in lossless environment**”, *Studies in Applied Mathematics (Stud. Appl. Math.)*, **145**, 217-246 (2020).

Τα φαινόμενα σκέδασης ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων για την αναγνώριση αντικειμένων είναι σημαντικά σε πολλές εφαρμογές που σχετίζονται με τη θεμελιώδη επιστήμη και τη μηχανική. Εδώ, παρουσιάζουμε μία αναλυτική μεθοδολογία για τον υπολογισμό των μαγνητικών και ηλεκτρικών πεδίων που σκεδάζονται από ένα υψηλά αγώγιμο ελλειψοειδές σώμα, που βρίσκεται μέσα σε ένα κατά τα άλλα ομοιογενές και ισοτροπικό μέσο χωρίς απώλειες. Η κύρια πηγή διέγερσης υποτίθεται ότι είναι ένα χρονικά αρμονικό μαγνητικό δίπολο, τοποθετημένο σε ένα συγκεκριμένο σημείο και με αυθαίρετο προσανατολισμό που λειτουργεί σε χαμηλές συχνότητες και παράγει τα προσπίπτοντα πεδία. Το πρόβλημα σκέδασης μοντελοποιείται αναπτύσσοντας τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία σε όρους χαμηλών συχνοτήτων μέσω θετικών ακέραιων δυνάμεων του πραγματικού κυματικού αριθμού του περιβάλλοντος. Προφανώς, ο στατικός όρος Rayleigh και μερικοί δυναμικοί όροι επαρκούν για τους σκοπούς της παρούσας εργασίας, καθώς οι πρόσθετοι όροι αμελούνται λόγω της μικρής συμβολής τους. Εκεί, η κλασική θεωρία του Maxwell τροποποιείται κατάλληλα, οδηγώντας σε αλληλένδετες εξισώσεις Laplace ή Poisson, συνοδευόμενες από τις συνοριακές συνθήκες μη διαπερατότητας για τα συνολικά πεδία και την οριακή συμπεριφορά στο άπειρο. Από την άλλη πλευρά, η πλήρης χωρική ανισοτροπία του τρισδιάστατου χώρου διασφαλίζεται μέσω της εισαγωγής του γνήσιου ελλειψοειδούς συστήματος συντεταγμένων, κατάλληλο για την αντιμετώπιση τέτοιου είδους προβλημάτων συνοριακών τιμών. Τα μη αξονοσυμμετρικά πεδία λαμβάνονται μέσω αναπτυγμάτων άπειρων σειρών σε όρους ελλειψοειδών αρμονικών ιδιοσυναρτήσεων, παρέχοντας εύχρηστες συμπαγείς λύσεις σε κλειστή μορφή, των οποίων η εγκυρότητα επαληθεύεται με τον κατάλληλο εκφυλισμό σε απλούστερες γεωμετρικές θεωρήσεις του μεταλλικού αντικειμένου. Η βασική ιδέα είναι να εισάγουμε μία αποτελεσματική μεθοδολογία, σύμφωνα με την οποία οι αναπτυχθέντες αναλυτικοί τύποι μπορούν να προσφέρουν το κατάλληλο περιβάλλον για μία γρήγορη αριθμητική επίλυση των σκεδασμένων ηλεκτρομαγνητικών πεδίων που θα μπορούσε να είναι χρήσιμη για το αντίστροφο πρόβλημα ηλεκτρομαγνητικής σκέδασης.



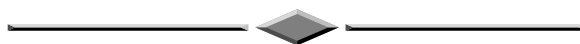
47. P. Vafeas, J.C.-E. Sten & I.K. Chatjigeorgiou, “**On the electrostatic potential for the two-hyperboloid and double-cone of a single sheet with elliptic cross-section**”, *Quarterly Journal of Mechanics and Applied Mathematics* (Quart. J. Mech. Appl. Math.), **74**, 117-135 (2021).

Η μελέτη της απόκρισης σωληνοειδών ηλεκτρικών πεδίων κοντά σε γωνίες και άκρα, που χαρακτηρίζονται ως ιδιομορφίες που συσσωρεύουν φορτία, είναι σημαντική στη σύγχρονη τεχνολογία. Ένα αιχμηρό σημείο μπορεί να μοντελοποιηθεί μαθηματικά σχετίζοντάς το με την άκρη του ενός φύλλου ενός διπλού κώνου. Εδώ, διερευνούμε τη συμπεριφορά της παραγόμενης αρμονικής συνάρτησης δυναμικού κοντά στην κορυφή ενός μονόφυλλου δίχωνου υπερβολοειδούς με ελλειπτική διατομή, του οποίου η ασύμπτωτος είναι ο αντίστοιχος ελλειπτικός διπλός κώνος με το ένα φύλλο παρόν. Ως εκ τούτου, το πρόβλημα εύρεσης του ηλεκτροστατικού δυναμικού, γύρω από ένα μόνο φύλλο ενός δίχωνου υπερβολοειδούς, αναπτύσσεται χρησιμοποιώντας τη θεωρία των ελλειψοειδών - υπερβολοειδών αρμονικών, όπου η συγκεκριμένη θεώρηση επιβάλλει μία λύση σε όρους γενικευμένων συναρτήσεων Lamé μη ακεραίας τάξης. Περιγράφεται και ελέγχεται μία αριθμητική μέθοδος για τον καθορισμό αυτών των συναρτήσεων. Εφαρμόζουμε την τεχνική μας στην επίλυση ενός κλασικού προβλήματος συνοριακών τιμών στην ηλεκτροστατική, το οποίο αναφέρεται σε ένα μεταλλικό και φορτισμένο ελλειπτικό μονόφυλλο δίχωνο υπερβολοειδές και το όριο του αντίστοιχου διπλού κώνου. Παράγονται ημιαναλυτικές εκφράσεις για τα σχετιζόμενα πεδία, ενώ όλες οι περιπτώσεις συνοδεύονται από την απαραίτητη αριθμητική υλοποίηση.



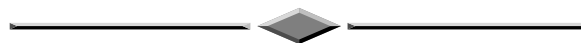
-
48. P. Bakalis, P.K. Papadopoulos & P. Vafeas, “**Heat transfer study of the ferrofluid flow in a vertical annular cylindrical duct under the influence of a transverse magnetic field**”, *Fluids (Fluids)*, **6** (120), 1-11 (2021).
-

Μελετάμε τη στρωτή πλήρως ανεπτυγμένη φερροϋδροδυναμική ροή και τα φαινόμενα μεταφοράς θερμότητας ενός μαγνητικού ρευστού σε έναν κατακόρυφο δακτυλιοειδή αγωγό με κυκλική διατομή και ομοιόμορφη θερμοκρασία στα τοιχώματα, υπό την επίδραση ενός εγκάρσιου μαγνητικού πεδίου. Χρησιμοποιείται ένας υπολογιστικός αλγόριθμος, ο οποίος συνδυάζει τις εξισώσεις της συνέχειας, της ορμής, της ενέργειας, της μαγνήτισης και του Maxwell, συνοδευόμενες από τις κατάλληλες συνθήκες, χρησιμοποιώντας τη μέθοδο Continuity-Vorticity-Pressure (C.V.P.) μεταβαλλόμενων εξισώσεων και ένα μη ομοιόμορφο πλέγμα. Από τα αποτελέσματα, τα οποία λαμβάνονται για διαφορετικές τιμές της έντασης του πεδίου και της ογκομετρικής συγκέντρωσης των σωματιδίων, είναι προφανές ότι η φερροϋδροδυναμική ροή και η θερμοκρασία επηρεάζονται από το μαγνητικό πεδίο, όπου η επίδραση στην κατανομή της αξονικής ταχύτητας είναι προφανώς πιο έντονη. Από την άλλη πλευρά, η εξάρτηση της αξονικής πτώσης πίεσης από την ισχύ του πεδίου είναι σχεδόν γραμμική, ενώ η μεταφορά θερμότητας αυξάνεται σημαντικά λόγω της δημιουργούμενης δευτερογενούς ροής.



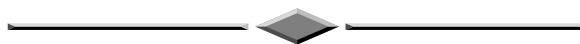
49. P. Vafeas, P.K. Papadopoulos & P. Svarnas, “**Consideration of a mixed-type boundary value problem on the electrostatics of cold plasma jet reactors based on dielectric barrier discharge**”, *International Journal of Applied Mathematics and Computer Science (Int. J. Appl. Math. Comput. Sci.)*, **31**, 233-245 (2021).

Παρουσιάζεται ένα ημιαναλυτικό μοντέλο για τον προσδιορισμό του ηλεκτρικού πεδίου σε αντιδραστήρες που χρησιμοποιούνται για την παραγωγή τζετ ψυχρού πλάσματος σε ατμοσφαιρική πίεση (CAPP Jets), βασιζόμενοι στη θεωρία των διηλεκτρικών εκκενώσεων. Αυτά τα συστήματα συνδέονται με ποικίλες εφαρμογές στη σύγχρονη μηχανική, από την επεξεργασία υλικών έως τη βιοϊατρική και ταυτόχρονα παρέχουν πολλές προκλήσεις για θεμελιώδη έρευνα. Εδώ, εξετάζουμε μία απλοποιημένη διαμόρφωση συστήματος ενός ηλεκτροδίου, που περιβάλλει έναν λεπτό διηλεκτρικό σωλήνα, ο οποίος δεν συμβάλλει στο ηλεκτρικό πεδίο, καθώς η μεταβολή του δυναμικού είναι άμεση, γεγονός που οφείλεται στο αμελητέο μέγεθός του. Χρησιμοποιώντας το κυλινδρικό σύστημα συντεταγμένων που ταιριάζει απόλυτα στο συγκεκριμένο αντιδραστήρα πλάσματος, διαχωρίζουμε την περιοχή ηλεκτρικής δραστηριότητας σε τρία διαφορετικά χωρία σύμφωνα με τις εξωτερικές επιβαλλόμενες συνθήκες, ενώ η ανάλυσή μας περιορίζεται στο ηλεκτροστατικό όριο των εξισώσεων του Maxwell. Για το σκοπό αυτό, χρησιμοποιούνται κυλινδρικές αρμονικές συναρτήσεις πεδίου για το δυναμικό, που παράγουν τα αντίστοιχα ηλεκτρικά πεδία σε κάθε χωρίο. Λόγω του επιβαλλόμενου προβλήματος συνοριακών τιμών μικτού τύπου, ενσωματώνονται επιπλέον γραμμικοί όροι, οδηγώντας σε τρεις πιθανές αναλυτικές λύσεις του υπό εξέταση φυσικού προβλήματος. Η αποτελεσματικότητα της μεθόδου αποδεικνύεται συγκρίνοντας τους τελικούς τύπους με μία αριθμητική λύση, συμπεριλαμβανομένης της απαραίτητης συζήτησης.



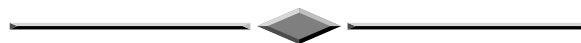
-
50. M. Doschoris, A. Papargiri, V.S. Kalantonis & P. Vafeas, “**Application of boundary perturbations on medical monitoring and imaging techniques**”, *Nonlinear Analysis, Differential Equations, and Applications* (Springer: *Optimization and Its Applications*), **173**, 101-130 (2021).
-

Στην παρούσα εργασία παρουσιάζεται μία ανασκόπηση σχετικά με την εφαρμογή των οριακών διαταραχών στην Ηλεκτροεγκεφαλογραφία και στη Μαγνητοεγκεφαλογραφία κυρίως για τη σφαιρική γεωμετρία. Χρησιμοποιώντας τα κατάλληλα μαθηματικά εργαλεία, τόσο το ευθύ όσο και το αντίστροφο πρόβλημα μπορούν να αντιμετωπιστούν, παρέχοντας υπολογιστικά αποδοτικές λύσεις. Χρησιμοποιώντας την ανάλυση διαταραχών στο πλαίσιο των ιατρικών τεχνικών παρακολούθησης και απεικόνισης, παρέχεται το πλεονέκτημα να εισάγουμε γεωμετρικές διαταραχές χωρίς να περιοριζόμαστε σε επίπεδο αναλυτικών ή ημιαναλυτικών λύσεων, παρουσία πολύπλοκων συνόρων. Στην περίπτωση μας, οι επιφάνειες που δεν επιτρέπουν αναλυτική μαθηματική επεξεργασία, μπορούν να αντιμετωπιστούν εάν θεωρηθούν ως μικρές αποκλίσεις από τη σφαιρική επιφάνεια. Υπό αυτό το πρίσμα, οι ανωμαλίες στο σχήμα του ανθρώπινου κεφαλιού π.χ. οι κρανίο-προσωπικές αλλοιώσεις, μπορούν να διερευνηθούν θεωρητικά.



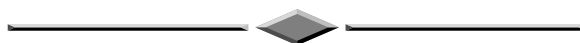
51. A. Papargiri, V. Kalantonis, D. Kaziki, P. Vafeas & G. Fragoyiannis, “**Revisiting an analytical solution for the three-shell spherical human head model in electroencephalography**”, *Partial Differential Equations in Applied Mathematics (Partial Diff. Equ. Appl. Math.)*, **4 (100178)**, 1-6 (2021).

Επανεξετάζεται το πλήρες σφαιρικό μοντέλο τριών κελυφών του ανθρώπινου κεφαλιού στην ηλεκτροεγκεφαλογραφία (EEG) και προκύπτει μία αναλυτική λύση του ευθέως προβλήματος. Το προτεινόμενο γεωμετρικό μοντέλο περιλαμβάνει τέσσερις ομόκεντρες σφαίρες που αντιπροσωπεύουν τις διαδοχικές διεπιφάνειες που διαχωρίζουν τον εγκέφαλο, το εγκεφαλονωτιαίο υγρό, το κρανίο και το δέρμα, οι οποίες χαρακτηρίζονται από διαφορετικές αγωγιμότητες, ενώ το εξωτερικό περιβάλλον αποτελείται προφανώς από τον μη αγώγιμο αέρα. Η νευρωνική λειτουργία του εγκεφάλου θεωρείται ότι αντιπροσωπεύεται από ένα ισοδύναμο και αυθαίρετα προσανατολισμένο ηλεκτρικό δίπολο που βρίσκεται στην εσωτερική σφαίρα. Η διπολική πηγή παράγει ένα διπολικό πρωτεύον ρεύμα και η ηλεκτρική δραστηριότητα ξεκινά μέσω του παραγόμενου ηλεκτρικού πεδίου, το οποίο σχετίζεται με τις αντίστοιχες συναρτήσεις δυναμικού σε κάθε ένα από τα αγώγιμα διαμερίσματα του μοντέλου, συνάγοντας κρίσιμες πληροφορίες σχετικά με τις επιδράσεις της EEG εκτός του ανθρώπινου κεφαλιού. Οι τύποι δυναμικού δίνονται σε συμπαγή μορφή μέσω της λύσης μίας αλληλουχίας αλληλοσυνδεόμενων προβλημάτων συνοριακών τιμών ελλειπτικού τύπου με συνοριακές συνθήκες Dirichlet και Neumann, όπου έχει ληφθεί υπόψη η συνεπής συμπεριφορά των πεδίων εσωτερικά στον εγκέφαλο και πολύ μακριά από το ανθρώπινο κεφάλι. Η αποτελεσματικότητα του προτεινόμενου μαθηματικού μοντέλου εφαρμόζεται αριθμητικά και αποδεικνύεται η επίδραση της ηλεκτρικής απόκρισης του εγκεφάλου στο εξωτερικό μετρήσιμο δυναμικό πεδίο, προσδίδοντας μία σταθερή και ικανοποιητική αναπαράσταση του ανθρώπινου κεφαλιού στο ευθύ πρόβλημα της EEG.



52. V. Papadimas, C. Doudesis, P. Svarnas, P.K. Papadopoulos, G.P. Vafakos & P. Vafeas, “**SDBD flexible plasma actuator with Ag-ink electrodes: Experimental assessment**”, *Applied Sciences (Appl. Sci.)*, **11** (11930), 1-13 (2021).

Στην παρούσα εργασία, αναπτύσσεται και δοκιμάζεται πειραματικά μέσω διαφόρων διαγνωστικών τεχνικών, ένας ενεργοποιητής που βασίζεται σε μία απλή συστοιχία διηλεκτρικής εκκένωσης φορτίου (SDBD). Χρησιμοποιούνται εύκαμπτοι διηλεκτρικοί δίοδοι και αγώγιμα ηλεκτρόδια, καθιστώντας την ιδέα σχεδιασμού εφαρμόσιμη σε επιφάνειες διαφορετικών αεροδυναμικών προφίλ. Το τεχνικό σχέδιο του ενεργοποιητή δίνεται αναλυτικά. Το πλάσμα συντηρείται από ημιτονοειδή υψηλή τάση ακουστικής συχνότητας, ενώ ανιχνεύεται ηλεκτρικά και οπτικά. Η ηλεκτρική ισχύς που καταναλώνεται μετράται και το φάσμα οπτικών εκπομπών καταγράφεται στην περιοχή υπεριώδους-εγγύς υπέρυθρου (UV-NIR). Η φασματοσκοπία υψηλής ανάλυσης παρέχει μοριακές περιστροφικές κατανομές, οι οποίες αντιμετωπίζονται κατάλληλα για την αξιολόγηση της θερμοκρασίας του αερίου. Το πεδίο ροής που προκαλείται από το πλάσμα ερευνάται χωροχρονικά με σωλήνα τύπου pitot και απεικόνιση schlieren. Εν συντομία, ο ενεργοποιητής καταναλώνει μέση ισχύ μικρότερη από 10 W, δείχνει μία αρκετή σταθερότητα κατά την περίοδο της κλίμακας ημέρας, η μέση θερμοκρασία του αερίου πάνω από την επιφάνειά του είναι κοντά στους 400 K και η ταχύτητα του ρευστού αυξάνεται στα 4.5 m s^{-1} . Ένα μακρύ, λεπτό στρώμα (λιγότερο από 1.5 mm) στρωτής ροής αποκαλύπτεται στην επιφάνεια του ενεργοποιητή. Αυτό το λεπτό στρώμα διασυνδέεται με ένα εκτεταμένο τυρβώδες πεδίο ροής, το οποίο καταλαμβάνει μία περιοχή κλίμακας cm. Τα μοριακά θετικά ιόντα αζώτου φαίνεται να αποτελούν μέρος των φορτισμένων βαρέων ειδών, στην παραγόμενη νηματώδη εκκένωση, η οποία μπορεί να μεταφέρει ενέργεια και ορμή στα μόρια του αέρα γύρω από το περιβάλλον.



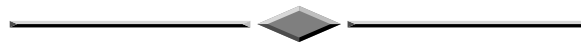
53. E. Stefanidou, P. Vafeas & F. Kariotou, “**An analytical method of electromagnetic wave scattering by a highly conductive sphere in a lossless medium with low-frequency dipolar excitation**”, *Mathematics (Mathematics)*, **9** (3290), 1-25 (2021).

Η τρέχουσα έρευνα εμπλέκεται με μία αναλυτική μέθοδο σκέδασης ηλεκτρομαγνητικών κυμάτων από ένα αδιαπέραστο σφαιρικό αντικείμενο, το οποίο βρίσκεται σε ένα κατά τα άλλα περιβάλλον χωρίς απώλειες. Το σώμα υψηλής αγωγιμότητας διεγείρεται από ένα αυθαίρετα προσανατολισμένο χρονικά αρμονικό μαγνητικό δίπολο που βρίσκεται σε απομακρυσμένη απόσταση από τη σφαίρα και λειτουργεί σε χαμηλές συχνότητες για το υπό εξέταση φυσικό πρόβλημα, όπου το μήκος κύματος είναι πολύ μεγαλύτερο από το μέγεθος του αντικειμένου. Με αυτή την υπόθεση, το πρόβλημα σκέδασης διατυπώνεται σύμφωνα με αναπτύγματα των εμπλεκόμενων μαγνητικών και ηλεκτρικών πεδίων ως προς θετικές ακέραιες δυνάμεις του κυματικού αριθμού του μέσου, ο οποίος συνδέεται γραμμικά με την εφαρμοζόμενη συχνότητα. Η στατική περίπτωση μηδενικής τάξης Rayleigh και οι αρχικοί τρεις δυναμικοί όροι παρέχουν μία εξαιρετική προσέγγιση για τη λύση που προκύπτει, ενώ οι όροι υψηλότερων τάξεων είναι ήσσονος σημασίας και παραμελούνται, καθώς εργαζόμαστε σε καθεστώς χαμηλών συχνοτήτων. Για το σκοπό αυτό, οι εξισώσεις του Maxwell μετατρέπονται σε ένα πεπερασμένο σύνολο αλληλοσχετιζόμενων μερικών διαφορικών εξισώσεων ελλειπτικού τύπου, καθεμία από τις οποίες συνοδεύεται από τις συνοριακές συνθήκες τέλειας ηλεκτρικής αγωγιμότητας στη μεταλλική σφαίρα και την απαραίτητη οριακή συμπεριφορά στο άπειρο, στην πράξη πολύ μακριά από το πεδίο παρατήρησης. Η συγκεκριμένη αναλυτική τεχνική βασίζεται στην εισαγωγή ενός κατάλληλου σφαιρικού συστήματος συντεταγμένων και προσφέρει συμπαγείς τρισδιάστατες λύσεις για σκεδαζόμενα πεδία σε όρους αναπτυγμάτων άπειρων σειρών σφαιρικών αρμονικών ιδιοσυναρτήσεων. Προκειμένου να διασφαλίσουμε την εγκυρότητα και να αποδείξουμε την αποτελεσματικότητα αυτής της αναλυτικής προσέγγισης, παρουσιάζουμε ένα παράδειγμα εκφυλισμού των ήδη γνωστών αποτελεσμάτων από τη βιβλιογραφία στην πλήρη ισότροπη περίπτωση μας.



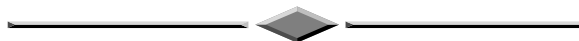
54. D. Labropoulou, P. Vafeas & G. Dassios, “**Anisotropic elasticity and harmonic functions in Cartesian geometry**”, *Mathematical Analysis in Interdisciplinary Research* (Springer: *Optimization and Its Applications*), **179**, 523-553 (2021).

Η γραμμική ελαστικότητα σε έναν ισότροπο χώρο αποτελεί μία καλά ανεπτυγμένη περιοχή της Μηχανικής Συνεχούς Μέσου. Ωστόσο, η κατάσταση είναι ακριβώς αντίθετη εάν ο θεμελιώδης χώρος παρουσιάζει ανισότροπη συμπεριφορά. Στην πραγματικότητα, η περιοχή της γραμμικής ανισότροπης ελαστικότητας δεν έχει αναπτυχθεί καλά σε ποσοτικό επίπεδο, όπου πρέπει να υπολογιστούν εξαρχής λύσεις κλειστής μορφής. Η παρούσα εργασία στοχεύει να προσφέρει μία μικρή πρόοδο σε αυτόν τον ενδιαφέρον κλάδο της Μηχανικής Συνεχούς Μέσου. Παρέχουμε μία σύντομη ανασκόπηση της ισότροπης ελαστικότητας προκειμένου να δείξουμε στη συνέχεια πώς η ανισοτροπία τροποποιεί τις τελικές εξισώσεις, μέσω των νόμων των Hooke και Newton. Οι οκτώ τυπικές ανισότροπες δομές επανεξετάζονται επίσης για πληρότητα. Εισάγεται μία απλή τεχνική που δημιουργεί ομοιογενή πολυωνυμικές λύσεις των ανισότροπων εξισώσεων σε Καρτεσιανή μορφή. Για να δείξουμε πώς εφαρμόζεται αυτή η τεχνική, επεξεργαζόμαστε την περίπτωση της κυβικής ανισοτροπίας, η οποία είναι η απλούστερη ανισότροπη δομή, που έχει τρεις ανεξάρτητες ελαστικότητες. Αυτή η επιλογή υπαγορεύεται από τον περιορισμένο αριθμό υπολογισμών που απαιτεί, αλλά ακολουθεί όλα τα βασικά βήματα της μεθόδου. Η ισότροπη ελαστικότητα επιδέχεται ως λύση τη διαφορική αναπαράσταση του Parkovich, η οποία εκφράζει το πεδίο μετατόπισης σε όρους μίας διανυσματικής και μίας βαθμωτής αρμονικής συνάρτησης. Δυστυχώς, ωστόσο, καμία τέτοια αναπαράσταση δεν είναι γνωστή για την ανισότροπη ελαστικότητα, η οποία μπορεί να αντιπροσωπεύει το ανισότροπο πεδίο μετατόπισης σε όρους λύσεων της ανισότροπης εξίσωσης Laplace, όπως συζητείται επίσης σε αυτή την εργασία.



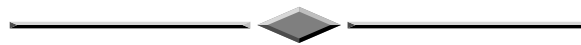
55. P. Vafeas, E. Protopapas & M. Hadjinicolaou, “**On the analytical solution of the Kuwabara-type particle-in-cell model for the non-axisymmetric spheroidal Stokes flow via the Papkovitch - Neuber representation**”, *Symmetry (Symmetry)*, **14** (170), 1-21 (2022).

Η σύγχρονη τεχνολογία στη μηχανική εμπλέκεται με σημαντικές φυσικές εφαρμογές στη μεταφορά θερμότητας και μάζας, οι οποίες σχετίζονται με την έρπουσα κίνηση ενός σχετικά ομοιογενούς σμήνους μικρών σωματιδίων, όπου η σφαιροειδής γεωμετρία αντιπροσωπεύει επαρκώς το σχήμα των σωματιδίων μέσα σε τέτοια συσσωματώματα. Η σταθερή ροή Stokes ενός ασυμπίεστου, ιζώδους ρευστού μέσω ενός συσσωματώματος σωματιδίων, σε χαμηλούς αριθμούς Reynolds, μελετάται χρησιμοποιώντας ένα μοντέλο σωματιδίων σε κύτταρο. Η μαθηματική διατύπωση υιοθετεί την υπόθεση τύπου Kuwabara, σύμφωνα με την οποία κάθε σφαιροειδές σωματίδιο είναι ακίνητο και περιβάλλεται από ένα ομοεστιακό σφαιροειδές που δημιουργεί ένα ρευστό περίβλημα, στο οποίο το Νευτώνειο ρευστό κινείται με σταθερή ταχύτητα αυθαίρετου προσανατολισμού. Το πρόβλημα συνοριακών τιμών στο κέλυφος του ρευστού επιλύεται επιβάλλοντας συνθήκες μη ολίσθησης στην επιφάνεια του σφαιροειδούς, η οποία θεωρείται επίσης ως μη διαπερατή, ενώ υποτίθεται μηδενικός στροβιλισμός και ομοιόμορφη ταχύτητα προσέγγισης στο εξωτερικό σφαιροειδές. Τα τρισδιάστατα πεδία ροής υπολογίζονται για πρώτη φορά αναλυτικά, στη σφαιροειδή γεωμετρία, βάσει της αναπαράστασης Papkovitch - Neuber. Μέσω αυτής, η ταχύτητα και τα πεδία ολικής πίεσης παρέχονται μέσω ενός διανυσματικού και ενός βαθμωτού σφαιροειδούς αρμονικού δυναμικού, επιτρέποντας έτσι την ενδελεχή μελέτη των σχετικών φυσικών χαρακτηριστικών των πεδίων ροής. Οι ληφθείσες αναλυτικές εκφράσεις, γενικεύουν σε οποιαδήποτε κατεύθυνση υπάρχοντα αποτελέσματα που ισχύουν για την αξονοσυμμετρική περίπτωση που ελήφθησαν με τη βοήθεια μίας συνάρτησης ροής. Αυτά μπορούν να χρησιμοποιηθούν για τον υπολογισμό ποσοτήτων φυσικού ή μηχανικού ενδιαφέροντος. Η αριθμητική υλοποίηση αποκαλύπτει τη συμπεριφορά ροής εντός του περιβλήματος του ρευστού για διαφορετικά γεωμετρικά χαρακτηριστικά κελύφους και για αυθαίρετα υποτιθέμενο πεδίο ταχύτητας, αντανakλώντας με αυτόν τον τρόπο τις διαφορετικές καταστάσεις ροής / πορώδους μέσου. Οι δειγματοληπτικοί υπολογισμοί δείχνουν μία εξαιρετική συμφωνία των ληφθέντων αποτελεσμάτων με τα διαθέσιμα για ειδικές γεωμετρικές περιπτώσεις. Όλα αυτά καταδεικνύουν τη χρησιμότητα της προτεινόμενης μεθόδου και την ισχύ των αναλυτικών επεκτάσεων που προέκυψαν.



56. G. Fragoyiannis, A. Papargiri, V.S. Kalantonis, M. Doschoris & P. Vafeas, “**Image reconstruction for positron emission tomography based on Chebyshev polynomials**”, *Approximation and Computation in Science and Engineering* (Springer: Optimization and Its Applications), **180**, 281-295 (2022).

Η μελέτη των λειτουργικών χαρακτηριστικών του εγκεφάλου παίζει καθοριστικό ρόλο στη σύγχρονη ιατρική απεικόνιση. Μία σημαντική και αποτελεσματική τεχνική πυρηνικής ιατρικής είναι η τομογραφία εκπομπής ποζιτρονίων (PET), της οποίας η χρησιμότητα βασίζεται στο μη επεμβατικό μέτρο της κατανομής των παραγόντων απεικόνισης σε ζώντα οργανισμό, οι οποίοι φέρουν σήμανση εκπομπής ραδιονουκλιδίων. Όταν ασχολούμαστε με εφαρμογές που σχετίζονται με το PET, αντιμετωπίζουμε συχνά μαθηματικά προβλήματα που περιλαμβάνουν τον αντίστροφο μετασχηματισμό Radon, οδηγώντας στην ανάπτυξη πολλών μεθόδων προς αυτήν την κατεύθυνση. Εδώ, παρουσιάζουμε μία βελτιωμένη μεθοδολογία βασισμένη στα πολυώνυμα του Chebyshev, σύμφωνα με την οποία χρησιμοποιείται ένας νέος αριθμητικός αλγόριθμος για την παρεμβολή προσομοιωμένων τιμών του μετασχηματισμού Radon μέσω μίας αναλυτικής παράστασης Shepp-Logan. Αυτή η προσέγγιση είναι αποτελεσματική στον υπολογισμό του μετασχηματισμού Hilbert και του παραγώγου του, ο οποίος είναι ενσωματωμένος στους τελικούς αναλυτικούς τύπους. Οι αριθμητικές δοκιμές επιβεβαιώνονται συγκρίνοντας την παρουσιαζόμενη μεθοδολογία με τη γνωστή τεχνική αναπαράστασης με splines.



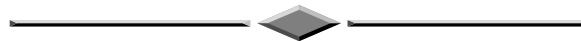
57. G. Fragoyiannis, P. Vafeas & G. Dassios, “**On the reducibility of the ellipsoidal system**”, *Mathematical Methods in the Applied Sciences (Math. Methods Appl. Sci.)*, **45**, 4497-4554 (2022).

Ο Lamé εισήγαγε ένα τριαξονικό ελλειψοειδές σύστημα και μέσω ορισμένων έξυπνων επιχειρημάτων κατάφερε να αποσυνθέσει φασματικά τον τελεστή του Laplace και να ορίσει τις ελλειψοειδείς αρμονικές συναρτήσεις. Από τότε, πολλοί συγγραφείς τροποποίησαν το σύστημα Lamé και πρότειναν κάποιες σχετικές ελλειψοειδείς μεταβλητές συντεταγμένων. Ίσως το πιο σημαντικό από αυτά είναι το σύστημα που εισήγαγε ο Jacobi, σε σχέση με τις γεωδαιτικές καμπύλες σε ένα ελλειψοειδές. Όλες οι άλλες προσπάθειες εισαγωγής ελλειψοειδών συντεταγμένων είναι βασικά τροποποιήσεις του συστήματος Jacobi ή του Lamé. Ωστόσο, ένα σημαντικό ερώτημα στη θεωρία των ελλειψοειδών αρμονικών είναι ο τρόπος με τον οποίο αυτή η θεωρία ανάγεται στα σφαιροειδή και σφαιρικά συστήματα. Αυτή δεν είναι καθόλου απλή διαδικασία, καθώς οι σχετιζόμενες περιοριστικές περιπτώσεις οδηγούν σε γενικές μη καθορισμένες μορφές. Η βασική δυσκολία οφείλεται στη διαφορετική διάσταση των περιοχών ιδιομορφίας που αντιστοιχούν σε κάθε σύστημα. Σημειώνεται ότι αυτή η περιοχή έχει μηδενικές διαστάσεις στην περίπτωση της σφαίρας, μία διάσταση στην περίπτωση του επίμηκους σφαιροειδούς και δύο διαστάσεις στην περίπτωση του πεπλατυσμένου σφαιροειδούς και του ελλειψοειδούς. Η παρούσα εργασία παρέχει έναν συστηματικό τρόπο για να επιτευχθούν αυτές οι αναγωγές και να καθοριστεί μία αντιστοιχία μεταξύ ελλειψοειδών, σφαιροειδών και σφαιρικών αρμονικών. Έχει επίσης αποδειχθεί πώς η συγκεκριμένη προσέγγισή εφαρμόζεται στο προτεινόμενο τροποποιημένο ελλειψοειδές σύστημα Jacobi όταν συνδέεται το σύστημα Lamé με το σύστημα Jacobi μέσω ορισμένων μη εκφυλισμένων σχέσεων. Η σημασία αυτών των γεωμετρικών εκφυλισμών έγκειται στο γεγονός ότι η λύση οποιουδήποτε προβλήματος συνοριακών τιμών στην ελλειψοειδή γεωμετρία παρέχει αμέσως τις λύσεις σε όλες τις ειδικές γεωμετρίες επίμηκων και πεπλατυσμένων σφαιροειδών, δίσκων, βελόνων ή σφαιρών.



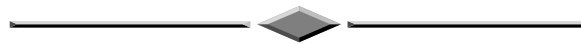
58. A. Papargiri, V. Kalantonis, P. Vafeas, M. Doschoris, F. Kariotou & G. Fragoyiannis, “**On the geometrical perturbation of a three-shell spherical model in electroencephalography**”, *Mathematical Methods in the Applied Sciences* (*Math. Methods Appl. Sci.*), **45**, 8876-8889 (2022).

Το πρόβλημα της ηλεκτροεγκεφαλογραφίας (EEG) μελετάται στο πλαίσιο μίας πολυστοιβαδικής δομής, η οποία μοντελοποιεί το δέρμα, το κρανίο, το εγκεφαλονωτιαίο υγρό και τον εγκέφαλο. Τόσο το εξωτερικό όσο και όλα τα εσωτερικά όρια είναι διαταραγμένες σφαίρες, έτσι ώστε να λαμβάνονται υπόψη αναλυτικά ειδικές τοπικές διαταραχές στην απεικόνιση των εγκεφαλογραφημάτων. Εφαρμόζεται γραμμική ανάλυση της διαταραχής, παρέχοντας ακριβή έκφραση για τον πρώτο σημαντικό όρο της λύσης του ευθέως διαταραγμένου προβλήματος EEG. Γίνεται σύγκριση με τον τύπο του αντίστοιχου αδιατάρακτου σφαιρικού προβλήματος μαζί με την αριθμητική ανάλυση των παραγόμενων σφαλμάτων σε ειδικές περιπτώσεις παραμόρφωσης. Τα αποτελέσματα υποδηλώνουν ότι σημαντικά σφάλματα προκαλούνται όταν δεν λαμβάνονται υπόψη οι μεγάλες ανακρίβειες στη δομή κεφαλής - εγκεφάλου κοντά στην περιοχή της EEG πηγής. Επιπλέον, η προτεινόμενη διαδικασία παρέχει ένα μαθηματικό εργαλείο για την ποσοτική αξιολόγηση της επίδρασης των ειδικών παραμορφώσεων στην αναπαράσταση του ανθρώπινου κεφαλιού στην αναλυτική λύση του ευθέως προβλήματος EEG.



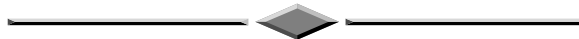
59. D. Labropoulou, P. Vafeas & G. Dassios, “**Direct connection between Navier and spherical harmonic kernels in elasticity**”, *AIMS Mathematics* (AIMS Math.), **8**, 3064-3082 (2023).

Η γραμμική ισότροπη ελαστικότητα είναι ένας ενδιαφέρων κλάδος της μηχανικής του συνεχούς μέσου, που περιγράφεται από τους θεμελιώδεις νόμους του Hooke και του Newton, οι οποίοι συνδυάζονται για να κατασκευάσουν την κυρίαρχη γενικευμένη εξίσωση Navier της μετατόπισης μέσα σε οποιοδήποτε υλικό. Θεωρώντας ανεξαρτησία από το χρόνο και ελλείπει εξωτερικών δυνάμεων του σώματος, η τελευταία μετατρέπεται στην αντίστοιχη μορφή μίας ομογενούς μερικής διαφορικής εξίσωσης δεύτερης τάξης, της οποίας η λύση δίνεται μέσω της διαφορικής αναπαράστασης Παρκovich, η οποία εκφράζει το πεδίο μετατόπισης σε όρους αρμονικών συναρτήσεων. Από την άλλη, η σφαιρική γεωμετρία παρέχει το πιο ευρέως χρησιμοποιούμενο πλαίσιο σε πραγματικές εφαρμογές, σχετικά με εσωτερικά και εξωτερικά προβλήματα ελαστικότητας. Η παρούσα εργασία στοχεύει να προσφέρει μία μικρή πρόοδο, παράγοντας έτοιμες προς χρήση βασικές συναρτήσεις για τη γραμμική ισοτροπική ελαστικότητα σε σφαιρικές συντεταγμένες. Ως εκ τούτου, υπολογίζουμε τις ιδιολύσεις Παρκovich, που παράγονται από τις σφαιρικές αρμονικές ιδιοσυναρτήσεις, αποκτώντας συνδέσεις μεταξύ Navier και σφαιρικών αρμονικών πυρήνων. Ένα σύνολο χρήσιμων αποτελεσμάτων παρέχεται στο τέλος της εργασίας με τη μορφή παραδειγμάτων, σχετικά με την αξιολόγηση του πεδίου μετατόπισης εντός και εκτός μίας σφαίρας.



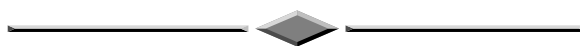
60. P.S. Stephanou, P. Vafeas & V.G. Mavrantzas, “**Non-equilibrium thermodynamics modelling of the stress-strain relationship in soft two-phase elastic-viscoelastic materials**”, *Journal of Non-Equilibrium Thermodynamics (J. Non-Equilib. Thermodyn.)*, **48**, 91-105 (2023).

Στα “μαλακά-μαλακά νανοσύνθετα” που βασίζονται στο σχηματισμό φιλμ λατέξ με δομημένα σωματίδια, ο συνδυασμός δομής σωματιδίων και διασύνδεσης μεταξύ σωματιδίων οδηγεί σε υλικά που συμπεριφέρονται ως μη γραμμικά ιξωδοελαστικά υγρά σε μικρές εντάσεις και ως εξαιρετικά ελαστικά δίκτυα σε μεγαλύτερες εντάσεις. Ομοίως, σε μελέτες κρυστάλλωσης που προκαλείται από ροή σε πολυμερή, συχνά χρησιμοποιείται ένα διφασικό μοντέλο στο οποίο ένα μαλακό ιξωδοελαστικό συστατικό συνδυάζεται με μία άκαμπτη ημικρυσταλλική φάση που παρέχει ακαμψία. Στην παρούσα εργασία, χρησιμοποιούμε το πλαίσιο της θερμοδυναμικής μη ισορροπίας (NET) για να αναπτύξουμε σχέσεις τάσης-παραμόρφωσης για τέτοια διφασικά συστήματα που χαρακτηρίζονται από ένα ιξωδοελαστικό και ένα ελαστικό συστατικό, χρησιμοποιώντας δύο δομικούς ταυστές: ο πρώτος περιγράφει τη μικροδομή της ιξωδοελαστικής φάσης, ενώ ο δεύτερος σχετίζεται με την ελαστική ταυστή που ποσοτικοποιεί την παραμόρφωση της ελαστικής φάσης λόγω ροής και είναι υπεύθυνος για την αύξηση της έντασης. Οι τελικές εξισώσεις μεταφοράς διατυπώνονται στο πλαίσιο του γενικευμένου φορμαλισμού αγκύλων του NET και μπορούν να περιγράψουν τη ρεολογική συμπεριφορά και τη μηχανική απόκριση μίας μεγάλης ποικιλίας μαλακών υλικών, που κυμαίνονται από καουτσούκ έως τεχνητούς ιστούς.



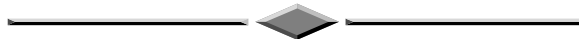
61. D. Athanasopoulos, P. Svarnas, C. Liapis, P. Papadopoulos, K. Gazeli, K. Giotis, P. Vafeas, G. Vafakos, V. Giannakakis & A. Gerakis, “**Combination of ICCD fast imaging and image processing techniques to probe species-specific propagation due to guided ionization waves**”, *Physica Scripta (Phys. Scr.)*, **98** (055609), 1-19 (2023).

Η παρούσα έρευνα είναι αφιερωμένη στη μελέτη διακριτών κυμάτων ιονισμού όσον αφορά χρονικές, χωρικές και μήκους κύματος αναλύσεις. Η μελέτη βασίζεται στην τεχνική της διδιάστατης γρήγορης απεικόνισης. Ωστόσο, κατάλληλα επιλεγμένα οπτικά φίλτρα υπεριώδους έως εγγύς υπέρυθρης ακτινοβολίας χρησιμοποιούνται για τη λήψη της διάδοσης συγκεκριμένων ειδών και εφαρμόζονται τεχνικές ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας για την επεξεργασία των καταγεγραμμένων λήψεων. Διερευνώνται τα N_2 (SPS), N_2^+ (FNS), He I, OH(A-X) και O I, δηλαδή ουδέτερα και ιοντικά είδη που εκπέμπουν. Από την άλλη, η διάδοση του είδους NO , μελετάται μέσω φασματοσκοπίας φθορισμού που προκαλείται από λέιζερ, καθώς η ένταση του φωτός λόγω αυθόρμητης εκπομπής αυτού του είδους δεν είναι άμεσα ανιχνεύσιμη. Για την περίπτωση του NO , εφαρμόζονται επίσης τεχνικές ψηφιακής επεξεργασίας εικόνας. Ο κρίσιμος ρόλος των παραπάνω ειδών σε τομείς όπως η βιοϊατρική πλάσματος και η επεξεργασία υλικών αναγνωρίζεται εκτενώς και η παρούσα εργασία: (i) παρέχει συγκεκριμένες πληροφορίες σχετικά με τη διάδοση αυτών των ειδών στον ατμοσφαιρικό αέρα και (ii) εισάγει αλγόριθμους επεξεργασίας εικόνας για την εξαγωγή πληροφοριών που διαφορετικά θα παρέμεναν κρυφές ή ασυσχέτιστες με άλλες παραμέτρους πλάσματος. Τα παρόντα αποτελέσματα αποκαλύπτουν συγκεκριμένα πρότυπα εκπομπών λόγω της διάδοσης των ειδών N_2 (SPS), N_2^+ (FNS), He I, OH(A-X) και O I. Τα μοτίβα έντασης αποτελούνται από μία πρώτη κορυφή που βρίσκεται κοντά στο στόμιο του αντιδραστήρα, μία δεύτερη κορυφή που απομακρύνεται από το στόμιο του αντιδραστήρα και ένα συνεχές που συνδέει τις δύο κορυφές. Ωστόσο, τα λεπτομερή χαρακτηριστικά κάθε σχεδίου εξαρτώνται από τον τύπο των εξεταζόμενων ειδών. Ο φθορισμός του είδους NO , υποδηλώνει επίσης τη διαίρεση της περιοχής κατάντη του στομίου του αντιδραστήρα σε δύο περιοχές όπου λαμβάνουν χώρα ξεχωριστές επιδράσεις ιονισμού-διέγερσης. Μετρώνται ταχύτητες διάδοσης του είδους μέχρι περίπου $2 \times 10^5 \text{ m s}^{-1}$. Τέλος, αποδεικνύεται η ποιοτική συσχέτιση μεταξύ του πολλαπλασιασμού του είδους (όπως δηλώνεται από τα πρότυπα εκπομπής) και του τοπικού ηλεκτρικού πεδίου (όπως υπολογίστηκε αριθμητικά σε παρόμοια διάταξη).



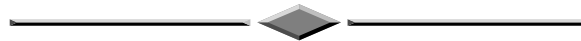
-
62. P. Vafeas, A. Skarlatos, P.K. Papadopoulos, P. Svarnas & N. Sarmas, “**Boundary value problem of heat transfer within DBD-based plasma jet setups**”, *Mathematical Biosciences and Engineering (Math. Biosci. Eng.)*, **20**, 18345-18367 (2023).
-

Η παρούσα εργασία παρουσιάζει μία αναλυτική λύση για το θερμικό πρόβλημα που προκύπτει στα συστήματα τζετ πλάσματος και βασίζονται στη διηλεκτρική εκκένωση φορτίου, ως μία αρχική, αλλά συνεπής προσέγγιση στην απλοποιημένη κυλινδρική γεωμετρία. Αυτή η προσέγγιση θεωρεί έναν ομοαξονικό αντιδραστήρα τζετ πλάσματος και την εξέταση της μεταφοράς θερμότητας στα στερεά τοιχώματα του αντιδραστήρα, δηλαδή τον διηλεκτρικό σωλήνα και το γειωμένο ηλεκτρόδιο. Το μη ομογενές θερμικό πρόβλημα αρχικών και συνοριακών τιμών επιλύεται αναλυτικά, ενώ εφαρμόζεται μια απλή τεχνική αποκοπής για την αντιμετώπιση της εμφάνισης συζευγμένων σχέσεων άπειρων σειρών, που είναι αποτέλεσμα της πολυπλοκότητας του προβλήματος. Τα αναλυτικά αποτελέσματα υλοποιούνται επίσης αριθμητικά, ενώ για την επιβεβαίωση την παραπάνω ανάλυσης χρησιμοποιείται μία αριθμητική τεχνική πεπερασμένης ολοκλήρωσης. Τόσο τα αναλυτικά όσο και τα αριθμητικά αποτελέσματα αποκαλύπτουν το μοτίβο θερμοκρασίας στη διατομή των τοιχωμάτων σε απόλυτη συμφωνία. Αυτή η αναλυτική προσέγγιση είναι σημαντική για τη βελτιστοποίηση των συστημάτων τζετ πλάσματος που παρουσιάζονται σε προσαρμοσμένες εφαρμογές, όπως στη βιοϊατρική πλάσματος, όπου χρησιμοποιούνται ευαίσθητα στη θερμοκρασία υλικά.



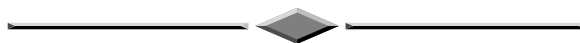
-
63. G. Fragoyiannis & P. Vafeas, “**A semi-analytical approach for the computation of ellipsoidal harmonics**”, *Journal of Computational and Applied Mathematics (J. Comput. Appl. Math.)*, **437 (115418)**, 1-23 (2024).
-

Είναι γνωστό ότι ο χωρισμός των μεταβλητών της εξίσωσης Laplace στο ελλειψοειδές σύστημα συντεταγμένων οδηγεί στην εξίσωση Lamé, με λύσεις τις συναρτήσεις Lamé πρώτου και δεύτερου είδους, οι οποίες δεν μπορούν να παραχθούν αναλυτικά για βαθμό υψηλότερο από τον έβδομο. Αυτές συνθέτουν τις αντίστοιχες ελλειψοειδείς αρμονικές ιδιοσυναρτήσεις, οι οποίες είναι απαραίτητες για την πλήρη περιγραφή και επίλυση φυσικών προβλημάτων σε τρισδιάστατες περιοχές με ελλειψοειδή σύνορα. Σε αυτή την εργασία, προτείνεται ένας αποτελεσματικός αλγόριθμος για τον υπολογισμό των συναρτήσεων Lamé οποιουδήποτε βαθμού και τάξης, υιοθετώντας συμπαγείς και αδιάστατες εκφράσεις. Η εξελιγμένη τεχνική έχει εφαρμοστεί με επιτυχία σε σημαντικές εφαρμογές στην ηλεκτροστατική και βιοφυσική με εξαιρετικά αποτελέσματα. Επιπλέον, αναλύονται σημαντικά συμπληρωματικά ζητήματα σχετικά με τις παραγώγους των συναρτήσεων Lamé, τον υπολογισμό των επιφανειακών ολοκληρώσεων, τις συναρτήσεις Lamé του δεύτερου είδους και ταυτόχρονα παρέχουμε μια έκφραση κλειστής μορφής για τις σταθερές κανονικοποίησης όσον αφορά τους πολυωνυμικούς συντελεστές των συναρτήσεων Lamé.



-
64. P. Vafeas, “**A revisit of electromagnetic wave scattering by a metal isotropic body in a lossless environment with magnetic sensor excitation**”, *Sensors (Sensors)*, **24** (3807), 1-17 (2024).
-

Η συγκεκριμένη εργασία διερευνά τα ηλεκτρομαγνητικά πεδία, που σκεδάζονται από ένα μεταλλικό σφαιρικό αντικείμενο στο περιβάλλον του κενού. Μία χρονικά αρμονική μαγνητική διπολική πηγή, αρκετά μακριά, εκπέμπει σε χαμηλές συχνότητες το προσπίπτον πεδίο, προσανατολισμένο αυθαίρετα στον τρισδιάστατο χώρο. Στόχος είναι να βρεθεί μία αναλυτική λύση στο πρόβλημα σκέδασης σε σφαιρικές συντεταγμένες, χρήσιμες για την αντιστροφή δεδομένων. Με βάση τη θεωρία των χαμηλών συχνοτήτων, το πρόβλημα τύπου Maxwell μετατρέπεται στις συσχετισμένες εξισώσεις του Laplace ή του Poisson, συνοδευόμενες από τις κατάλληλες συνοριακές συνθήκες στην επιφάνεια της τέλει αγωγίμης σφαίρας και τις συνθήκες ακτινοβολίας στο άπειρο, οι οποίες επιλύονται σταδιακά. Η προσέγγιση των στατικών και των τριών πρώτων δυναμικών όρων αρκεί, ενώ οι όροι υψηλότερης τάξης είναι αμελητέοι, γεγονός που επιβεβαιώνεται από τη γραφική αναπαράσταση των πεδίων.



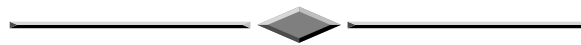
65. P. Bakalis, P. Papadopoulos & P. Vafeas, “**Heat transfer effect on the ferrofluid flow in a curved cylindrical annular duct under the influence of a magnetic field**”, *Computers & Mathematics with Applications (Comput. Math. Appl.)*, **170**, 172-185 (2024).

Η τρέχουσα έρευνα, η οποία μπορεί να χρησιμοποιηθεί σε διάφορες εφαρμογές μηχανικής, ασχολείται με τη διερεύνηση της επίδρασης μεταφοράς θερμότητας στη στρωτή και πλήρως αναπτυγμένη φερροϋδροδυναμική ροή σε έναν καμπύλο δακτυλιοειδή κυλινδρικό αγωγό, όταν εφαρμόζεται ένα σταθερό πολύ ισχυρό εγκάρσιο μαγνητικό πεδίο. Η αριθμητική επίλυση των εμπλεκόμενων θεμελιωδών μερικών διαφορικών εξισώσεων, δηλαδή της συνέχειας, της ορμής, της ενέργειας, της μαγνήτισης και των εξισώσεων του Maxwell με τις αντίστοιχες συνοριακές συνθήκες, επιτυγχάνεται μέσω της υπολογιστικής Continuity-Vorticity-Pressure (C.V.P.) αλγοριθμικής μεθόδου, χρησιμοποιώντας ένα βολικά επιλεγμένο μη ομοιόμορφο πλέγμα. Η μέθοδος υλοποιείται μέσω εσωτερικού κώδικα, ο οποίος έχει εφαρμοστεί και αξιολογηθεί σε αρκετές φερροϋδροδυναμικές ροές. Ενσωματώνει ένα γενικό θεωρητικό μοντέλο για τη μαγνητοϋδροδυναμική ροή των μικροπολικών μαγνητικών ρευστών. Τα αποτελέσματα δείχνουν ότι η κατανομή της ταχύτητας, η πτώση πίεσης και η θερμοκρασία επηρεάζονται σημαντικά από την ένταση του μαγνητικού πεδίου και την ογκομετρική συγκέντρωση των σωματιδίων του φερρομαγνητικού ρευστού. Η ροή στην αξονική κατεύθυνση ανακατανέμεται σε τέσσερις συμμετρικούς πόλους, όπου η μέγιστη τιμή της παρατηρείται εύκολα. Δημιουργείται μια δευτερεύουσα ροή, λόγω της συνδυασμένης επίδρασης της άνωσης, της καμπυλότητας και του μαγνητικού πεδίου, η οποία βελτιώνει τη μεταφορά θερμότητας μεταξύ των τοιχωμάτων και του ρευστού. Η μεταβολή της αξονικής πίεσης, η οποία απαιτείται για τη διατήρηση της ίδιας ροής μάζας, αυξάνεται, επίσης, καθώς αυξάνεται η ένταση του πεδίου και η συγκέντρωση μαγνητικών σωματιδίων, αλλά με χαμηλότερο ρυθμό σε σύγκριση με την αύξηση της μεταφοράς θερμότητας.



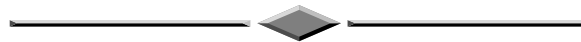
-
66. D. Labropoulou, T. Labropoulos, P. Vafeas & D.M. Manias, “**On the generalizations of the Cauchy-Schwarz-Bunyakovsky inequality with applications to elasticity**”, *Mathematical Analysis, Differential Equations and Applications* (World Scientific: *Computers and Operation Research*), **11 (18)**, 541-570 (2024).
-

Σε αυτό το άρθρο παρουσιάζουμε τόσο τη διακριτή όσο και την ολοκληρωτική μορφή της ανισότητας Cauchy-Bunyakovsky-Schwarz (CBS), μερικές σημαντικές γενικεύσεις στον n -διάστατο Ευκλείδειο χώρο και σε γραμμικούς υποχώρους του, καθώς και το ενισχυμένο CBS. Η τελευταία ανισότητα CBS παίζει σημαντικό ρόλο στα προβλήματα ελαστικότητας. Παρουσιάζεται επίσης μία γεωμετρική ερμηνεία και μία συλλογή από τις σημαντικότερες αποδείξεις της.



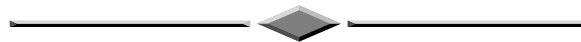
67. P. Vafeas & P. Papadopoulos, “**A mathematical model for the nutrient distribution of a spheroidal avascular cancer tumour within an inhomogeneous environment**”, *Journal of Engineering Mathematics (J. Eng. Math.)*, **148** (2), 1-15 (2024).

Όταν μία αποικία καρκινικών κυττάρων αναπτύσσεται μέσα σε ένα υγιές περιβάλλον, ολόκληρη η δομή μπορεί να μοντελοποιηθεί ως ένα συνεχές διαφασικό υγρό με πέντε οριοθετημένα διαμερίσματα, που διέπονται από τους νόμους της διατήρησης της μάζας, το νόμο διάχυσης του Fick και τις αρχές της μηχανικής ρευστών. Οι διεπιφάνειες των πέντε οριοθετημένων διαμερισμάτων της αποικίας ορίζονται από κρίσιμες τιμές συγκέντρωσης θρεπτικών ουσιών. Στη μελέτη της εξέλιξης του εξωτερικού συνόρου του όγκου, η συγκέντρωση θρεπτικών ουσιών είναι η κύρια παράμετρος. Αν και οι περισσότερες υπάρχουσες έρευνες επικεντρώνονται σε σφαιρικούς όγκους, σημαντικές επιπτώσεις στην κατανομή των θρεπτικών συστατικών προκύπτουν όταν εγκαταλείπεται η σφαιρική συμμετρία, όπως η εμφάνιση κρίσιμων τιμών σε συγκεκριμένα σημεία και όχι σε ολόκληρη την επιφάνεια. Σε αυτή την εργασία, εξετάζουμε έναν πεπλατυσμένο σφαιροειδή όγκο και διερευνούμε τις επιπτώσεις της μη ομοιογένειας τόσο στην παροχή θρεπτικών ουσιών όσο και στα ποσοστά κατανάλωσης. Τα ευρήματά μας δείχνουν ότι οι κρίσιμες τιμές συναντώνται στο εσωτερικό ενός λεπτού στρώματος, παρά σε μια ενιαία διεπιφάνεια, αν και η διεπιφάνεια εξακολουθεί να περιλαμβάνεται. Μελετάμε τη διακύμανση της συγκέντρωσης θρεπτικών ουσιών στις διεπιφάνειες του όγκου μέσω γραφημάτων, επισημαίνοντας τις κρίσιμες θέσεις. Η περίπτωση του επιμήκους σφαιροειδούς μπορεί να προκύψει μέσω ενός απλού μετασχηματισμού, ενώ συζητούνται επίσης συγκρίσεις με παρόμοια σφαιρικά μοντέλα.



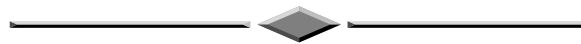
68. P. Vafeas, “**Boundary value problems in ellipsoidal geometry and applications**”, *IgMin Research (IgMin Res.)*, **2**, 873-879 (2024).

Πολλές εφαρμογές στην επιστήμη, τη μηχανική και τη σύγχρονη τεχνολογία απαιτούν την επίλυση προβλημάτων συνοριακών τιμών που περιέχουν τρισδιάστατα αντικείμενα. Αυτά τα αντικείμενα συχνά είναι, ή μπορούν να προσεγγιστούν από, ένα ελλειψοειδές σχήμα, όπου οι τρεις ελλειψοειδείς ημιάξονες αντιστοιχούν σε τρεις ανεξάρτητους βαθμούς ελευθερίας. Το τριαξονικό ελλειψοειδές αντιπροσωπεύει τη σφαίρα οποιουδήποτε ανισότροπου χώρου και για το λόγο αυτό εμφανίζεται φυσικά σε πολλούς επιστημονικούς κλάδους. Συνεπώς, παρά την πολυπλοκότητα της ελλειψοειδούς γεωμετρίας και κυρίως της ανάλυσής της, σύμφωνα με τη θεωρία των ελλειψοειδών αρμονικών, έχει σημειωθεί μεγάλη πρόοδος στην επίλυση προβλημάτων ελλειψοειδών συνοριακών τιμών, λόγω της γενικής εφαρμογής της. Σε αυτή την ανασκόπηση, στοχεύουμε να παρουσιάσουμε στην επιστημονική κοινότητα τα κύρια επιτεύγματα προς τη διερεύνηση τριών τέτοιων φυσικών προβλημάτων ιατρικής, μηχανικής και τεχνολογικής σημασίας, όπως (α) την ηλεκτροεγκεφαλογραφία (EEG) και τη μαγνητοεγκεφαλογραφία (MEG), (β) την έρπουσα υδροδυναμική (ροή Stokes) και (γ) την ταυτοποίηση μεταλλικών μη διαπερατών σωμάτων, είτε ευρισκόμενα στο αγωγίμο υπέδαφος της Γης, είτε ευρισκόμενα σε αέριο περιβάλλον χωρίς απώλειες. Στο πλαίσιο αυτό, απαιτείται ειδική τεχνογνωσία και ιδιαίτερες δεξιότητες για την επίλυση προβλημάτων συνοριακών τιμών που ενσωματώνουν την ελλειψοειδή γεωμετρία και τη σχετική αρμονική ανάλυση, αποκαλύπτοντας το γεγονός ότι εξακολουθεί να υπάρχει η ανάγκη ενασχόλησης με αυτά τα θέματα.



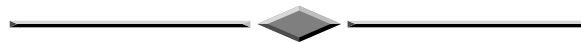
69. E. Protopapas, P. Vafeas & M. Hadjinicolaou, “**A mathematical model for studying the Red Blood Cell magnetic susceptibility**”, *Applied Numerical Mathematics (Appl. Numer. Math.)*, **208**, 356-365 (2025).

Η ευαισθησία των ανθρώπινων ερυθρών αιμοσφαιρίων υπό τη δράση μαγνητικών πεδίων, είτε χρησιμεύει ως βιοδείκτης σε ιατρικές εξετάσεις, π.χ. απεικόνιση μαγνητικού συντονισμού, πυρηνικός μαγνητικός συντονισμός, μαγνητοεγκεφαλογραφία, είτε χρησιμοποιείται σε διαγνωστικές και θεραπευτικές διεργασίες, π.χ. μαγνητοφόρηση για κυτταρική διαλογή. Στην παρούσα εργασία, παρέχουμε αναλυτικές εκφράσεις για το μαγνητικό δυναμικό και το διάνυσμα έντασης μαγνητικού πεδίου, όταν ένα μαγνητικό πεδίο εφαρμόζεται σε ένα ερυθρό αιμοσφαίριο, μοντελοποιημένο ως ανεστραμμένο σφαιροειδές δύο στρωμάτων. Εισάγουμε, με αυτόν τον τρόπο, στο μοντέλο το αμφίκυκλο σχήμα του ερυθρού αιμοσφαιρίου και τη δομή του με τη μεμβράνη σε μία πιο ρεαλιστική αναπαράσταση, αφού, μέχρι και σήμερα, το σχήμα του ερυθρού αιμοσφαιρίου θεωρούνταν είτε σφαίρα, είτε σφαιροειδές. Η επίλυση των πεδίων μέσα στα ερυθρά αιμοσφαίρια επιτυγχάνεται σε R-διαχωρίσιμη μορφή σε όρους συναρτήσεων Legendre πρώτου και του δεύτερου είδους, αλλά τριγωνομετρικών συναρτήσεων, εφαρμόζοντας κατάλληλες συνοριακές συνθήκες σε κάθε στρώμα. Τα αποτελέσματα αποκαλύπτουν ένα μη ομοιόμορφο μαγνητικό πεδίο μέσα στα ερυθρά αιμοσφαίρια. Παρέχεται, επίσης, παραμετρική μελέτη της λύσης, για διάφορες τιμές των φυσικών ιδιοτήτων των ερυθρών αιμοσφαιρίων, αποδεικνύοντας τη διαμαγνητική ή παραμαγνητική ιδιότητα του ερυθρού αιμοσφαιρίου, η οποία σχετίζεται στενά με την κατάσταση υγείας του αίματος. Η ληφθείσα λύση μπορεί επίσης να χρησιμεύσει για την επιβεβαίωση των πειραματικών αποτελεσμάτων.



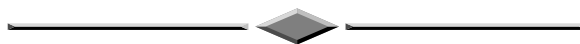
70. D. Labropoulou, P. Vafeas, D.M. Manias & G. Dassios, “**Generalized solutions in isotropic and anisotropic elastostatics**”, *Journal of Elasticity (J. Elast.)*, **157** (34), 1-27 (2025).

Η γραμμική ελαστικότητα αποτελεί τον θεμελιώδη κλάδο της μηχανικής συνεχούς μέσου που χρησιμοποιείται εκτενώς στη σύγχρονη δομική ανάλυση και τον μηχανολογικό σχεδιασμό. Υπό αυτό το πρίσμα, το πεδίο μετατόπισης παρέχει ένα μέτρο του τρόπου με τον οποίο τα στερεά υλικά παραμορφώνονται και καταπονούνται εσωτερικά λόγω των δεδομένων συνθηκών φόρτισης, γεγονός που συνδέεται με τις γραμμικές σχέσεις μεταξύ των συνιστωσών της έντασης και της τάσης, αντίστοιχα. Τα μαθηματικά χαρακτηριστικά αυτών των δυαδικών πεδίων συνδυάζονται στο νόμο του Hooke μέσω του τετρατικού τανυστή δυσκαμψίας, ο οποίος ενσωματώνει είτε την ισότροπη είτε την ανισότροπη συμπεριφορά που παρουσιάζουν υλικά με γραμμικές ιδιότητες. Στην πραγματικότητα, ο νόμος του Hooke ενσωματώνεται στο γενικό νόμο του Νεύτωνα που ορίζει την κύρια χωρική και χρονική μη ομογενή μερική διαφορική εξίσωση δεύτερης τάξης για τη μετατόπιση. Σε αυτή τη μελέτη, κατασκευάζουμε εύχρηστες λύσεις κλειστής μορφής για το νόμο του Νεύτωνα στο καρτεσιανό φάσμα, υποθέτοντας ανεξαρτησία από το χρόνο και εξετάζοντας την περίπτωση της απουσίας δυνάμεων επί του σώματος. Προς αυτή την κατεύθυνση, ο στόχος μας είναι διπλός, με την έννοια ότι εισάγεται μία αποτελεσματική αναλυτική τεχνική που παράγει ομογενείς πολυωνυμικές λύσεις του πεδίου μετατόπισης τόσο για την τυπική ισότροπη όσο και για την κυβικού τύπου ανισότροπη δομή στην αναλλοίωτη καρτεσιανή γεωμετρία. Η αξιοπιστία της παρουσιαζόμενης μεθοδολογίας επαληθεύεται με την αναγωγή των αποτελεσμάτων για κάθε πολυωνυμικό βαθμό από τον ανισότροπο στον ισότροπο ιδιόχωρο, σύμφωνα με ένα απλό μετασχηματισμό, ενώ η θεωρία μας επιδεικνύεται μέσω μιας σημαντικής εφαρμογής, όπου εξετάζεται η επίδραση που έχει μία δεδομένη δύναμη που εφαρμόζεται σε έναν ισότροπο ημίχωρο στο γειτονικό ημίχωρο με κυβική ανισοτροπία.



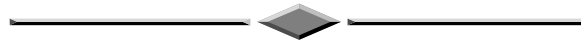
-
71. V. Sevroglou, P. Vafeas & K.G. Lallas, “**Plane dyadic wave scattering by a small rigid body and cavity in 3D linear elasticity**”, *Mathematics (Mathematics)*, **13** (1975), 1-14 (2025).
-

Σε αυτή την εργασία εξετάζουμε το πρόβλημα ελαστικής σκέδασης 3D επίπεδων δυαδικών κυμάτων από ένα άκαμπτο σώμα και μια κοιλότητα στην γραμμική ελαστικότητα. Αρχικά, για κάθε περίπτωση διατυπώνουμε το ευθύ πρόβλημα σκέδασης σε δυαδική μορφή και παρέχουμε τα αντίστοιχα διαμήκη και εγκάρσια πλάτη σκέδασης του απομακρυσμένου πεδίου. Λόγω της δυαδικής διατύπωσης των προβλημάτων, το κύριο αποτέλεσμα αυτής της μελέτης είναι η εισαγωγή των απαραίτητων ενεργειακών θεωρήσεων, καθώς και η παρουσίαση συναρτησιακών και τύπων για τη διαφορική και την ολική διατομή σκέδασης, προκειμένου να μετρήσουμε τη διαταραχή που προκαλεί ο σκεδαστής στο επίπεδο δυαδικό προσπίπτον κύμα. Επιπλέον, υποθέτουμε ότι το προσπίπτον πεδίο σκεδάζεται από ένα “μικρό” άκαμπτο σώμα ή μία κοιλότητα και προκύπτουν σχετικά αποτελέσματα για το πεδίο χαμηλών συχνοτήτων. Τέλος, αποδεικνύουμε παρόμοιες αντίστοιχες εκφράσεις για τα ενεργειακά συναρτησιακά στην περιοχή του μακρινού πεδίου μαζί με εκφράσεις για τη διαφορική και την ολική διατομή σκέδασης που ανακτώνται ως ειδικές περιπτώσεις.



72. G. Manoussakis & P. Vafeas, “**Spherical harmonics and gravity field modeling related to a special class of triaxial ellipsoids**”, *Mathematics (Mathematics)*, **13** (2115), 1-35 (2025).

Η G-τροποποιημένη εξίσωση Helmholtz είναι μία μερική διαφορική εξίσωση, η οποία εκφράζει την ένταση της βαρύτητας g ως σειρά σφαιρικών αρμονικών, με την ακτινική απόσταση r να είναι υψωμένη σε άρρητες δυνάμεις. Στη συγκεκριμένη μελέτη, θεωρούμε ένα τριαξονικό, μη-αξονοσυμμετρικό, ελλειψοειδές, το οποίο παραμετροποιείται από το γεωγραφικό πλάτος φ και το γεωγραφικό μήκος λ , με εκκεντρότητες e_e, e_x, e_y . Στην επιφάνεια του, η τιμή του δυναμικού βαρύτητας είναι σταθερή, ορίζοντας ένα τριαξονικό ελλειψοειδές στάθμης. Επιπλέον, η ένταση της βαρύτητας είναι γνωστή στην επιφάνεια, γεγονός που οδηγεί σε ένα πρόβλημα συνοριακών τιμών τύπου Dirichlet για τον προσδιορισμό της έντασης της βαρύτητας σε σειρά σε όρους σφαιρικών αρμονικών. Η συγκεκριμένη έκφραση για την ένταση της βαρύτητας παρουσιάζεται εδώ για πρώτη φορά, ολοκληρώνοντας ένα σύνολο εργασιών σε ελλειψοειδή και σφαιροειδή. Δεδομένου ότι το τριαξονικό ελλειψοειδές έχει πολύ μικρές εκκεντρότητες, η προσέγγιση πρώτης τάξης είναι ικανοποιητική, διατηρώντας όρους της μορφής $(e_e)^2$ και $(e_x)^2$. Η τελική έκφραση σε όρους σφαιρικών αρμονικών περιέχει αρμονικούς συντελεστές άρτιου βαθμού και άρτιας τάξης, μαζί με τις συσχετισμένες συναρτήσεις Legendre, φτάνοντας έως βαθμό και τάξη ίσα με τέσσερα. Τέλος, ως ειδική περίπτωση, τα αποτελέσματα εκφυλίζονται σε εκείνα του πεπλατυσμένου σφαιροειδούς.



73. P. Vafeas, “**Electromagnetic excitation of a solid oblate spheroid in a lossless medium by a low-frequency magnetic dipole**”, *Journal of Engineering Mathematics (J. Eng. Math.)*, αποδεκτή (2025).

Η παρούσα εργασία σχετίζεται με τη σκέδαση του ηλεκτρομαγνητικού κύματος από ένα αδιαπέραστο πεπλατυσμένο σφαιροειδές αντικείμενο, το οποίο εντοπίζεται μέσα σε ένα μέσο χωρίς απώλειες (π.χ. αέρας) και διεγείρεται από μία αυθαίρετα προσανατολισμένη με αρμονική εξάρτηση από το χρόνο πηγή μαγνητικού δίπολου, η οποία λειτουργεί σε αρκετά χαμηλές συχνότητες, καθώς θεωρείται ότι βρίσκεται σε μεγάλη απόσταση από το συμπαγές σώμα. Η φυσική παραπέμπει σε ένα κλασικό πρόβλημα συνοριακών τιμών τύπου Maxwell και αντιμετωπίζεται, επεκτείνοντας τα εμπλεκόμενα μαγνητικά και ηλεκτρικά πεδία μέσω θετικών ακέραιων δυνάμεων του κυματικού αριθμού του μέσου, ο οποίος συνδέεται γραμμικά με την ασκούμενη συχνότητα. Ο στατικός όρος Rayleigh μηδενικής τάξης και οι τρεις πρώτοι δυναμικοί όροι της σειράς περιγράφουν επαρκώς τα πεδία, διότι οι όροι υψηλότερης τάξης παραλείπονται λόγω της μικρής τους συμβολής στο πλαίσιο εργασίας σε χαμηλές συχνότητες. Προφανώς, τα επιμέρους ηλεκτρομαγνητικά πεδία κάθε τάξης αποτελούν τα πεδία υπό διερεύνηση που αποτελούν λύσεις ελλειπτικού τύπου μερικών διαφορικών εξισώσεων, οι οποίες συνοδεύονται από τις κατάλληλες συνοριακές και οριακές συνθήκες. Εισάγοντας το κατάλληλο πεπλατυσμένο σφαιροειδές σύστημα συντεταγμένων, του οποίου το κέντρο συμπίπτει με το κέντρο του σκεδαστή, το μαθηματικό πρόβλημα λύνεται διεξοδικά, παρέχοντας τα χωρικά ηλεκτρομαγνητικά πεδία χαμηλής συχνότητας με αναλυτικό και συμπαγή τρόπο ως άπειρες σειρές σε όρους πεπλατυσμένων σφαιροειδών αρμονικών ιδιοσυναρτήσεων. Η εγκυρότητα της παρουσιαζόμενης αναλυτικής προσέγγισης αποδεικνύεται, συμπεριλαμβάνοντας τη διαδικασία εκφυλισμού για την εύρεση των ξεχωριστών περιπτώσεων ενός επιμήκους σφαιροειδούς και ενός πλήρους ισοτροπικού σφαιρικού αντικειμένου, παρέχοντας έτσι ένα αξιόπιστο εργαλείο επαλήθευσης των αναλυτικών αποτελεσμάτων.



74. E. Protopapas, P. Vafeas & M. Hadjinicolaou, “**Stokes flow around a paraboloid of revolution: analytical treatment in an unbounded domain**”, *Physics of Fluids (Phys. Fluids)*, αποδεκτή (2025).

Η ροή Stokes περιγράφει την κίνηση ενός Νευτώνειου, ασυμπίεστου ρευστού σε περιπτώσεις όπου τα αδρανειακά φαινόμενα είναι αμελητέα σε σύγκριση με τις ιξώδεις δυνάμεις. Στην περίπτωση αξονοσυμμετρικής ροής και με τη χρήση μιας συναρτήσεως ροής ψ , η θεμελιώδης εξίσωση ανάγεται στη μορφή $E^4\psi = 0$, όπου E^2 είναι ένας ελλειπτικός διαφορικός τελεστής δεύτερης τάξης και $E^4 = E^2 \circ E^2$. Στην παρούσα εργασία, παράγεται η γενική λύση της εξίσωσης $E^4\psi = 0$ στο παραβολικό σύστημα συντεταγμένων, η οποία εκφράζεται είτε ως ανάπτυγμα σειρών με συγκεκριμένους συνδυασμούς συναρτήσεων Bessel και τροποποιημένων συναρτήσεων Bessel μικτής τάξης πρώτου και δεύτερου είδους, είτε ως πολυώνυμο. Αυτό το αναλυτικό πλαίσιο εφαρμόζεται για τη μελέτη της ροής Stokes γύρω από ένα άκαμπτο παραβολοειδές, μέσω της επίλυσης ενός κατάλληλου προβλήματος συνοριακών τιμών. Πραγματοποιείται ανάλυση σφάλματος αποκοπής, μέσω της οποίας αποδεικνύεται ότι με τη χρήση τουλάχιστον 8 όρων από το προκύπτον ανάπτυγμα σε σειρά, το απόλυτο σφάλμα είναι μικρότερο από 10^{-5} . Παρουσιάζονται ενδεικτικές γραμμές ροής ως συνάρτηση του βαθμού αποκοπής. Το ανάπτυγμα της συνάρτησης ροής που προκύπτει επιτρέπει τον υπολογισμό βασικών υδροδυναμικών μεγεθών, όπως τα πεδία ταχυτήτων και πίεσης, προσφέροντας σημαντική κατανόηση της συμπεριφοράς της εν λόγω ροής. Επιπλέον, μπορεί να αποτελέσει θεμέλιο για περαιτέρω μελέτες σε ένα ευρύ φάσμα επιστημονικών πεδίων, από τη χημική μηχανική έως τη βιοϊατρική.

